Årg. 39:3 Sept. 1956

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

TREDJE HÄFTET

Yngve Källén och Gunnar Källén, Relativitetsteori 153

Olof Eklöf, Astronomikursen i skolan och astronomiläroböckerna 165

Lennart Råde, Sannolikhetskalkyl och statistik på gymnasiet 171

Bertil Englund, Formeln för ammoniak 178

Karl Eriksson, Framställning av klor och alkali enligt kvicksilvermetoden ... 180

Notiser: A. Jenvall, Natriumlinjens omvändning; F. Hjerting, Jordens og månens rotation om et fælles tyngdepunkt, Et roterende legemes omdrejningsakse holder sig konstant, Diffus spredning af lyset; G. Starck, Fluorvätesyrans styrka vid olika temperaturer, Bestämning av etylen i lysgas 182

Aktuellt: Kurser under sommaren 1956: Funktionslära (L. Sandgren); Matematisk statistik (K. Dagerholm); Fysik (O. Lundquist); Halvmikroanalys (B. Englund). Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst (S. Andersson) 187

Gradualavhandlingar: Y. Domar; B. Hultqvist; K. Kristiansson; P. Risberg; E. v. Sydow; S. Glad 195

Bokanmälningar: Kamke, Mengenlehre; Hall/Spencer, Elementary Topology; Pollaczek, Sur une généralisation des polynomes de Jacobi; Dubreil, Algèbre I; Mirsky, An Introduction to Linear Algebra; Dölp/Netto, Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung; Newell, Vector Analysis; Klein, Famous Problems of Elementary Geometry; Sheppard, From Determinant to Tensor; MacMahon, An Introduction to Combinatory Analysis; Mordell, Three Lectures on Fermat's Last Theorem; forts. å omslagets andra sida.

Problemavdelning:

Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 220

Matematiska och fysikaliska uppgifter i fyllnadsprövning efter studentexamen aug.-sept. 1956 223

Författare i detta häfte (omslagets andra sida); Insänd litteratur (första annonsbladet).

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; R. Grave; Gumperts AB; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; AB Philips; Svenska Bokförlaget.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16[IV] STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:—, för årg. 35—38 kr. 12:50.

Pärmar av grön klot à 3:—+25 öre i porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, t. o. m. 37—38.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953—1955 à kr. 1:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Särtryck ur ELEMENTA:

2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
6. S. Comét. Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:60.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm

---

Bokanmälningar (forts.): Monjallon, Initiation au calcul matriciel; Colloque sur les questions de réalité en géométrie; Glaven, Om metoder for afstemninger og valg; Pailloux, Élasticité; Bouligand, Mécanique rationelle; Vennard, Elementary Fluid Mechanics; Electromagnetically Enriched Isotopes and Mass Spectrometry; Sturrock, Static and Dynamic Electron Optics; Penman, Humidity; Littler/Raffle, An Introduction to Reactor Physics; Neeteson, Vacuum Valves in Pulse Technique; Sharpe, Nuclear Radiation Detectors; Stepanoff, Turboblowers; Moore, Earth Satellite; Gartmann, Raketen; Parson, Guided Missiles in War and Peace; Garner, Chemistry of the Solid State; van Rysselberghe, Electrochemical Affinity; English/Cassidy, Principles of Organic Chemistry; Prandtl, Deutsche Chemiker in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts; Kosmos bd 33; Blume, Atomer 201, 228

Författare i detta häfte: laborator B. Andersson, Stockholm; lektor S. Andersson, Lund; fil. lic. G. Björck, Stockholm; fil. lic. G. Blom, Malmö; fil. dr B. Bäcklund, Norrköping; lektor K. Dagerholm, Stockholm; fil. lic. S. Danielson, Stockholm; fil. dr Y. Domar, Uppsala; lektor O. Eklöf, Uppsala; lektor B. Englund, Uppsala; civiling. K. Eriksson, Härnösand; prof. H. Faxén, Stockholm; lektor S. Glad, Ängelholm; tekn. dr E. Glas, Stockholm; docent O. Hanner, Stockholm; lektor O. Hemer, Linköping; lektor F. Hjerting, København; docent B. Hultqvist, Stockholm; lektor A. Jenvall, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; civiling. B. Kredell, Linköping; fil. dr K. Kristiansson, Lund; lärov.-adjunkt Y. Källén, Göteborg; docent G. Källén, Lund; laborator K. Lidén, Lund; lektor O. Lundquist, Lund; lektor S. Nylinder, Stockholm; prof. F. Odqvist, Stockholm; fil. lic. L. Raab, Stockholm; fil. lic. H. Riesel, Stockholm; fil. dr P. Risberg, Lund; fil. lic. L. Råde, Göteborg; lektor E. Samén, Borås; lektor L. Sandgren, Malmö; prof. L. G. Sillén, Stockholm; civiling. B. Sjögren, Stockholm; lektor K. Sjögren, Göteborg; lektor G. Starck, Stockholm; laborator N. Svartholm, Göteborg; fil. dr E. v. Sydow, Uppsala; dr. techn. H. v. Ubisch, Stockholm; tekn. dr G. Wranglén, Sundsvall.

Lärobok i matematik
för realgymnasiets
biologiska gren

Fredrik Ehrnst

MATEMATIK för Rb

- Direkt avpassad för realgymnasiets biologiska gren.
- Innehåller analytisk geometri och rymdgeometri, funktionslära och grunderna för matematisk statistik.
- Rikt illustrerad med ett stort antal figurer.

9: 50

Lärarrabatt vid direkt rekv. från förlaget

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall Ltd., London 1956:

B. FRIEDMAN, *Principles and Techniques of Applied Mathematics.* Pp. 315, $ 8.00.

H. A. BETHE / PH. MORRISON, *Elementary Nuclear Theory,* 2nd Ed., Pp. 274, $ 6.25.

G. N. PATTERSON, *Molecular Flow of Gases.* Pp. 217, $ 7.50.

H. S. LEVIN, *Office Work and Automation.* Pp. 203, $ 4.50.

H. A. ROTHBART, *Cams.* Design, Dynamics, Accuracy. Pp. 350, $ 9.50.

Symposium on Monte Carlo Methods (March 16 and 17, 1954). Ed. by H. A. Meyer. Pp. 382, $ 7.50.

Principles of Color Television, by The Hazeltine Laboratories Staff. Ed. by K. McIlwain / Ch. Dean. Pp. 595, $ 13.00.

THOMAS WADE / HOWARD TAYLOR, *Fundamental Mathematics.* McGraw-Hill Book Co., New York, Toronto, London 1956, Pp. 380, 35s. 6d.

A. A. TOWNSEND, *The Structure of Turbulent Shear Flow.* Cambridge Univ. Press 1956, Pp. 315, 40s. net.

M. L. CARTWRIGHT, *Integral Functions.* Cambridge Univ. Press 1956, Pp. 135, 18s. net.

J. CRANK, *The Mathematics of Diffusion.* Oxford Univ. Press / Cumberledge, London 1956, Pp. 347, 50s. net.

J. GUILD, *The Interference Systems of Crossed Diffraction Gratings.* Oxford Univ. Press / Cumberledge, London 1956, Pp. 152, 25s. net.

F. I. M. FARLEY, *Elements of Pulse Circuits.* Methuen & Co., London 1956, Pp. 143, 8s. 6d. net.

IAN N. SNEDDON, *Special Functions of Mathematical Physics and Chemistry.* Oliver & Boyd, Edinburgh / London 1956, Pp. 164, 10s. net.

J. CH. BURKHILL, *The Theory of Ordinary Differential Equations.* Oliver & Boyd, Edinburgh / London 1956, Pp. 102, 8s. 6d. net.

E. N. DA C. ANDRADE, *An Approach to Modern Physics.* Bell & Sons, Ltd, London 1956, Pp. 232, 25s. net.

G. P. BARNARD, *Mass Spectrometer Researches* (National Physical Laboratory). Her Majesty's Stationery Office, London 1956, Pp. 60, 3s. 6d.

Tables of Weber Parabolic Cylinder Functions. Mathematical Introduction by J. C. P. Miller. Her Majesty's Stationery Office, London 1955, Pp. 233, 63s. net.

Physics and Chemistry of the Earth. A Progress Series, Vol. 1. Pergamon Press, London 1956, Pp. 317, 55s. net.

Science Progress, Vol. XLIV, April, July 1956. E. Arnold, London.

M. LEDERER, *Chromatographie sur papier des radioéléments.* Hermann & Cie, Paris 1956, 65 p., 700 fr.

J. DOLLON, *Problèmes d'agrégation.* Deuxième éd. Librairie Vuibert, Paris 1956, 388 p., 1800 fr.

Colloque sur la théorie des nombres (Bruxelles 19—21 déc. 1955). G. Thone, Liége / Masson & Cie, Paris 1956, 204 p.

B. LANGE, *Kolorimetrische Analyse.* 5. Aufl. Verlag Chemie, Weinheim 1956, 482 S., DM 29.—.

W. GANZENMÜLLER, *Beiträge zur Geschichte der Technologie und der Alchemie.* Verlag Chemie, Weinheim 1956, 389 S., DM 29.—.

H. FROMHERZ, *Physikalisch-chem. Rechnen in Wissenschaft u. Technik.* Verlag Chemie, Weinheim 1956, 316 S., DM 32.50.

L. BIEBERBACH, *Einführung in die konforme Abbildung.* Sammlung Göschen Bd 768/768c. W. de Gruyter & Co, Berlin 1956, 180 S., DM 4.80.

Har Ni prenumererat?

FAKTA

Koncentrerad kunskapsbok i 7 volymer

Utkomna:
1. **Grundvetenskaper.** Matematik, mekanik, fysik, kemi, astronomi, geologi, meteorologi, måttenheter.
2. **Livet — Människan.** Biologiska grunder, växter, djur, människokroppen, sjukdomar, psykologi.

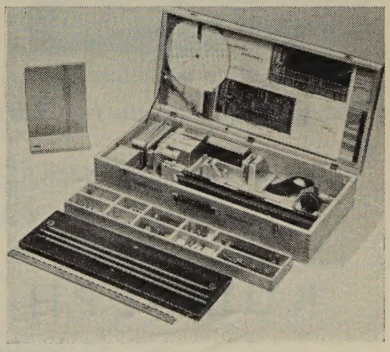
Närmast väntas:
3. **Länder och folk**
4. **Kulturen**
5. **Samhället**
6. **Tekniken**
7. **Hem och Miljö**

Pris per volym inb. 28 kronor.

Vid abonnemang på hela serien erhålles volym 7 utan kostnad.

AB HENRIK LINDSTÅHLS BOKHANDEL
Odengatan 22 – Stockholm Va

EXPERIMENTMATERIEL i MEKANIK



Gumperts
SKOLMATERIEL

PARKGATAN 8 GÖTEBORG C
tel. 17 30 60

MALMÖ
Rundelsg. 23
tel. 108 00

STOCKHOLM
Drottningg. 79
tel. 20 99 18

FALUN
Sturegat. 43
tel. 7310

SUNDSVALL
Repslagareväg 24
tel. 179 89

LEYBOLD–*Nyheter*

FÖR

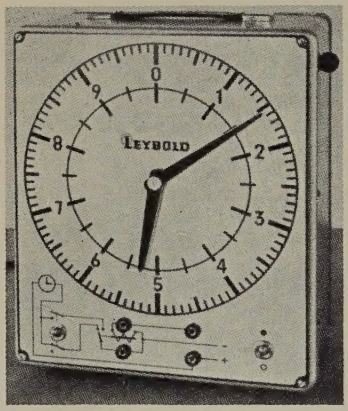
Modern Fysikundervisning

Stort Elektriskt stoppur.

Visaravläsning *0,01 sek.* Elektromagnetisk in- och urkoppling.

MKSA-systemets fundamentala instrument

Några tillämpningar bland många:



Kinematikens och kinetikens lagar experimentellt verifierade genom tid- och längdmätning.

g-bestämning genom fritt fallförsök.

Galvanometerkalibrering i amperesekunder eller voltsekunder för *absolutbestämning av ε och μ.*

Pedagogisk, kvantitativ *bestämning* av ström- och spänningsstötar för analys av *elektriska och magnetiska fält.*

För elektron-, atom- och kärnfysik redan många nyheter.

Beställ Leybolds PHYSIKALISCHE HANDBLÄTTER, EXPERIMENTALFYSIKERNS standardverk.

RUDOLPH GRAVE AB

Skolavdelningen

STOCKHOLM 3
Malmskillnadsgatan 48 c
Box 3082
Tel. 23 37 80

MALMÖ 6
Malmgatan 10
Box 6058
Tel. 381 25

Relativitetsteori

av läroverksadjunkt Yngve Källén, Göteborg, och docent Gunnar Källén, Lund

Första utkastet till nedanstående uppsats gjordes i början på 1950-talet och var avsett att användas till enskilt arbete för intresserade elever i högsta ringen på dåvarande realgymnasiet. Enligt nuvarande kursplaner omnämnes sambandet $E=mc^2$ utan härledning vid fysikundervisningen. Det är därför tänkbart, att ett mera allmänt intresse för bakgrunden till denna formel liksom för den speciella relativitetsteorin över huvud taget numera förefinnes, vilket har föranlett oss att publicera nedanstående framställning. Denna kräver av läsaren ej större kunskaper i matematik än dem, som inhämtas på nuvarande reallinjens matematiska gren.

Det är möjligt, att någon skulle föredraga att härleda invariansen av uttrycket (7) direkt av Michelson-Morleys försök och sedan använda detta resultat för att erhålla Lorentz-transformationen (5)—(5 c). En sådan härledning är utan tvekan kortare och matematiskt elegantare än den i det följande givna men enligt vår mening något abstrakt till sin karaktär. Vi hoppas, att diskussionen i paragraf 2 låter den fysikaliska bakgrunden framträda tydligare.

1. Michelson-Morleys försök

En väsentlig anledning till utvecklingen av relativitetsteorin var ett försök av Michelson och Morley i slutet av 1800-talet att direkt mäta jordens »absoluta» hastighet. Deras försöksanordning visas av fig. 1. Ljus från ljuskällan *S* infaller under 45° vinkel mot glasplattan *M*, som delvis släpper igenom och delvis reflekterar ljuset. Det ljus, som *genomgått M*, träffar en plan spegel *B*, reflekteras här och på nytt i *M* samt iakttages sedan vid *E*. Det ljus, som *reflekterats* mot *M*, träffar en plan spegel *A*, reflekteras där och genomgår plattan *M* samt iakttages vid *E*. Om de båda vägarna *SMAME* och *SMBME* är lika långa och ljusets fortplantningshastighet i alla rikt-

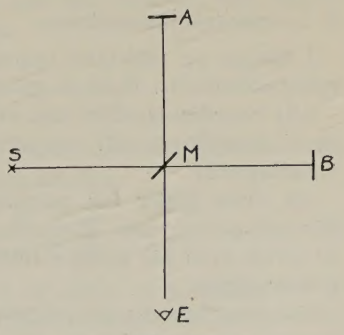


Fig. 1.

ningar är densamma, iakttager man vid E ett system av interferenslinjer med en ljus linje i mitten.

Michelsons och Morleys tanke var nu, att om jorden och därmed försöksapparaten rör sig med en hastighet v, blir ljusets relativa hastighet ej densamma i alla riktningar utan varierar mellan $c+v$ och $c-v$ (c=ljushastigheten), varför en förskjutning av interferenslinjerna skulle kunna iakttagas. Om $MA=MB=l$ och om man antar, att hastigheten v är riktad längs MA, behöver ljuset tiden $l/(c+v)+l/(c-v)=2lc/(c^2-v^2)$ för att gå vägen MAM. Den vektoriella summan av jordens hastighet och den skenbara hastigheten i riktningen MB vinkelrät mot v skall vara lika med ljusets hastighet. Ur fig. 2 får man den skenbara hastigheten lika med $\sqrt{c^2-v^2}$. Tiden för sträckan MB blir nu $2l/\sqrt{c^2-v^2}$, varför tidsskillnaden blir

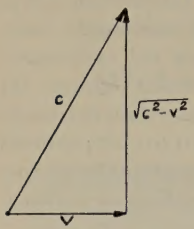


Fig. 2.

$$\frac{2l}{c}\left(\frac{1}{1-v^2/c^2}-\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right).$$

Med ett värde på v av 30 km/s, vilket ungefär motsvarar jordens hastighet i dess bana kring solen, och l=100 m, blir tidsskillnaden ungefär $3\cdot 10^{-15}$ sekunder. Under denna tid går ljuset ungefär 10^{-4} cm, vilket är en sträcka av samma storleksordning som våglängden för synligt ljus. En tidsskillnad av denna storleksordning skulle alltså ge upphov till en mycket kraftig förskjutning av interferenslinjernas lägen. Vid försöket kunde emellertid ingen sådan förskjutning konstateras, trots det att försöksnoggrannheten var tillräcklig, för att 1/100 av den väntade effekten skulle kunnat iakttagas. Den slutsats, som man tvingas draga, är alltså, att ljusets relativa hastighet är densamma i alla riktningar oberoende av observatörens egen hastighet.

2. Lorentz-transformationen

I början av 1900-talet uppställde Einstein sin så kallade »speciella relativitetsteori». Dennas grundtanke är följande:

Alla koordinatsystem, som rör sig rätlinjigt och med konstant hastighet i förhållande till varandra, är likvärdiga vid formuleringen av naturlagarna.

Att detta gäller för mekaniska problem, följer av de Newtonska rörelselagarna, men Michelson-Morleys experiment visar, att satsen är giltig även för optiska (elektromagnetiska) fenomen, speciellt ljusutbredningen.

För utvecklingen av relativitetsteorien har en noggrann analys av begreppet »samtidighet» av två förlopp, som äger rum på skilda

orter, varit nödvändig. Med stöd av Michelson-Morleys experiment *definieras* detta begrepp numera på följande sätt: Två ljussignaler utsändes *samtidigt* från punkterna A och B (fig. 3), om en observatör i mittpunkten på sträckan AB iakttar dem samtidigt. Denna definition har emellertid följande anmärkningsvärda konsekvens. Betrakta två observatörer, som rör sig i förhållande till varandra (fig. 4). Punkterna A och B befinner sig i vila i förhållande till P men rör sig i förhållande till Q med hastigheten v. P befinner sig i mittpunkten på sträckan AB. Vi antar, att en ljussignal utsändes från A, en annan från B och att de *observeras* samtidigt av P. För P har de också *utsänts* samtidigt. Antar vi ytterligare, att Q och P befinner sig mitt för varandra i det ögonblick, som P *observerar* ljussignalerna, *observeras* de också *samtidigt* av Q. För honom har de emellertid ej *utsänts* samtidigt, ty för Q ter sig, vad som skett, på följande sätt. Ljuset rör sig för Q med hastigheten c. Kallar vi staven AB:s längd (mätt av Q) för $2l$, den tid, som ljussignalen från A behövt för att nå fram till Q, för t_1 (mätt av Q) och den sträcka, som staven AB rört sig under denna tid, för d_1, gäller sambanden

Fig. 3.

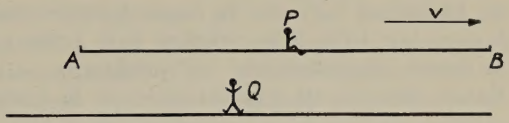


Fig. 4.

$$t_1=\frac{d_1}{v}=\frac{l+d_1}{c}, \quad \text{alltså} \quad d_1=l\frac{v}{c-v}$$

Kallar vi på motsvarande sätt den tid, som ljussignalen från B behövt för att nå fram till Q, för t_2, och den sträcka, som staven rört sig under denna tid, för d_2, gäller

$$t_2=\frac{d_2}{v}=\frac{l-d_2}{c}, \quad \text{alltså} \quad d_2=l\frac{v}{c+v}$$

Tiderna t_1 och t_2 är alltså ej lika, dvs. utsändandet av ljussignalerna från A och B har för Q skett med tidsskillnaden

$$t_1-t_2=\frac{d_1-d_2}{v}=\frac{2l}{1-v^2/c^2}\cdot\frac{v}{c^2} \qquad (1)$$

Två händelser, som är samtidiga för P, är alltså *ej* samtidiga för Q. Som framgår av ovanstående analys, ligger orsaken till »paradoxen» i att *såväl* P som Q anser, att ljuset har hastigheten c i förhållande

till dem själva. Detta har konstaterats genom Michelson-Morleys försök.

I formeln för tidsskillnaden ovan ingår storheten $2l$, som betecknar staven AB:s längd, mätt av Q. Detta begrepp fordrar en närmare analys. Observatören P befinner sig i vila i förhållande till AB och kan alltså på vanligt sätt med hjälp av en måttstock mäta sträckan AB. Vi kallar hans resultat $2l_0$. Vill emellertid Q mäta längden av staven AB, kan han t. ex. förfara på följande sätt. I ett visst tidsögonblick utmärker han *samtidigt* de punkter A_1 och B_1, som befinner sig mitt för ändpunkterna A och B. Därefter uppmäter han med måttstock avståndet A_1B_1, som alltså befinner sig i vila i förhållande till Q. Detta är hans mått på längden AB.

Hur bedömer P detta förfaringssätt? Eftersom det är väsentligt, att A_1 och B_1 utmärkes samtidigt, och samtidighet ej bedömes lika av de två observatörerna, anser P, att avståndet A_1B_1 ej är stavens verkliga längd. Som framgår av formlerna, är i fig. 4 ovan tiden t_1 större än tiden t_2. Observatören Q finner alltså, att händelsen i A sker tidigare än händelsen i B, när de bägge händelserna är samtidiga enligt P:s bedömning. I fig. 5 är sträckan A_1B_1 i vila i förhållande till Q. Om Q bedömer utmärkningen av punkterna A_1 och B_1 som samtidig, finner alltså P, att utmärkningen av B_1 (relativa rörelseriktningen är omkastad) sker tidigare än utmärkningen av A_1. Tidsskillnaden för P är

$$l' = \frac{2l'}{1-v^2/c^2} \cdot \frac{v}{c^2},$$

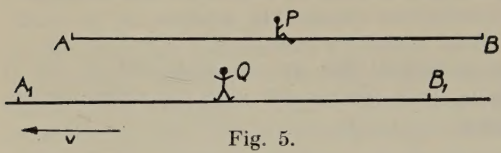


Fig. 5.

där $2l'$ är längden av A_1B_1 enligt P:s bedömning. P finner alltså, att $2l'$ ej är lika med $2l_0$ utan denna längd minskad med den sträcka, som staven rört sig under tiden t'. Alltså gäller

$$2l' = 2l_0 - vt' = 2l_0 - \frac{2l'}{1-v^2/c^2} \cdot \frac{v^2}{c^2}$$

dvs.

$$l' = l_0(1-v^2/c^2) \qquad (2)$$

Vi har nu fått ett samband mellan l' och l_0 men önskar ett samband mellan l i ekv. (1) och l_0. Eftersom l är sträckan l_0 mätt av en observatör, som rör sig med hastigheten v i förhållande till l_0, och l' är sträckan l mätt av en observatör, som rör sig med hastigheten v i förhållande till l, måste det råda samma samband mellan l_0 och l som mellan l och l'. Eftersom l' är proportionell mot l_0, blir även l proportionell mot l_0 med en proportionalitetsfaktor k. Alltså gäller

$$l = k \cdot l_0, \qquad l' = k \cdot l$$

Härav får man $l'=k^2 l_0=(1-v^2/c^2)l_0$, vilket ger

$$k=l/l_0=\sqrt{1-v^2/c^2}$$

Detta innebär alltså, att en observatör, som rör sig med hastigheten v i förhållande till en stav, finner ett mindre värde på längden av denna än en observatör, som är i vila i förhållande till staven. Sambandet mellan de två längderna ges av formeln

$$l=l_0\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{3}$$

Detta fenomen brukar kallas »Lorentz-kontraktionen». Inför vi l_0 i stället för l i ekv. (1), får vi

$$t_1-t_2=\frac{2l_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\cdot\frac{v}{c^2} \tag{4}$$

Vi tänker oss nu två koordinatsystem inlagda i fig. 4. Det ena systemet (x, y, z, t, där t betyder tiden, som här också räknas som en koordinat) är fast förbundet med P och har x-axeln riktad längs AB med positiva riktningen mot A. Det andra systemet (x', y', z', t') är fast förbundet med Q och har x'-axeln parallell med AB och samma positiva riktning som i det andra koordinatsystemet. För $t=t'=0$ sammanfaller de båda koordinatsystemens origo. Vid tiden t har en punkt koordinaterna x, y, z. Vad är motsvarande värden på x', y', z' och t'? Från P:s synpunkt är avståndet mellan origo i de båda systemen vt. Avståndet från punkten till origo i x'-systemet är alltså för P $x-vt$. Från Q:s synpunkt är emellertid detta avstånd uppmätt med en måttstock, som är för kort. Koordinaten x' är därför större än $x-vt$ och lika med

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{5}$$

Eftersom relativa hastigheten mellan de två systemen är vinkelrät mot såväl y- som z-axlarna, ger ett resonemang analogt med det, som ledde till ekv. (1), att samtidighet bedöms lika från de två systemen, om sträckan AB är belägen i yz-planet. Alltså fås ej heller någon Lorentz-kontraktion vinkelrätt mot rörelseriktningen, och man har

$$y'=y, \qquad z'=z \tag{5a) (5b}$$

Det återstår att uttrycka t' i x, y, z och t. Uppenbarligen kan ej t' vara lika med t, ty detta skulle dels leda till en motsägelse med ekv. (4), dels till svårigheter vid bedömningen av relativa hastigheten. Vi börjar med det senare problemet. Studerar vi origo i x-systemet, ser vi, att enl. ekv. (5) dess x'-koordinat som funktion av t är lika med $-vt/\sqrt{1-v^2/c^2}$. Skall den relativa hastigheten vara densamma i

bägge systemen, måste emellertid denna koordinat vara $-vt'$. Alltså gäller för *origo* sambandet

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

För en punkt med koordinaten x måste enl. ekv. (4) ytterligare en term beaktas. Eftersom två händelser, som inträffar på skilda orter på avståndet x från varandra och som för P är samtidiga, för Q har en tidsskillnad enl. ekv. (4), blir för $t=0$

$$t' = -\frac{vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

I det allmänna fallet får man summan av dessa bägge uttryck, dvs.

$$t' = \frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{5c}$$

Ekv. (5)—(5c) brukar kallas för »Lorentz-transformationen».

Om man ur dessa ekvationer löser ut x, y, z och t som funktioner av x', y', z' och t', får man

$$x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t'+vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Detta visar likvärdigheten av de två koordinatsystemens beskrivning av ett händelseförlopp.

3. Sammansättning av hastigheter

Som synes av ovanstående formler, blir den på flera ställen uppträdande kvadratroten imaginär, om $v > c$. Detta innebär fysikaliskt, att ingen kropp kan röra sig med en hastighet, som är större än ljushastigheten. Härvid uppkommer följande problemställning. I fig. 6 rör sig observatören P t. ex. med hastigheten $\frac{2}{3}c$ relativt Q, som i sin tur rör sig med hastigheten $\frac{2}{3}c$ i förhållande till R. Hur stor är då P:s hastighet bedömd av R? Enligt den klassiska fysiken vore denna hastighet $\frac{4}{3}c$, dvs. större än c.

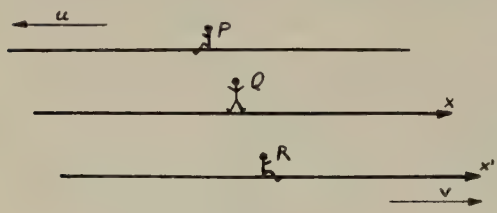


Fig. 6.

Med hjälp av Lorentz-transformationen ovan får man emellertid ett annat resultat. Om P:s hastighet relativt Q är u och Q:s hastighet relativt R är v, och om Q:s koordinatsystem betecknas med x, y, z, t samt R:s med x', y', z', t', gäller för P:s koordinater

$$x=-ut, \qquad x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad t'=\frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Här eliminerar vi x och t och får härigenom ett samband mellan x' och t'. Elimineras först x, får vi

$$x'=-t\frac{u+v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad t'=t\frac{1+uv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

varav slutligen

$$x'=-t'\frac{u+v}{1+uv/c^2}$$

P:s hastighet i x'-systemet, dvs. hans hastighet relativt R, blir alltså ij $u+v$ utan i stället w bestämd av

$$w=\frac{u+v}{1+uv/c^2}.$$

exemplet ovan fås alltså $w=\frac{12}{13}c$, dvs. en hastighet mindre än ljus-astigheten. Detta kan lätt visas gälla för alla värden på u och v nindre än c.

. Definition av »egentid»

Inom den klassiska mekaniken är tiden ett invariant begrepp, dvs. en bedömes lika från alla koordinatsystem. Som framgår av ekv. 5c), är detta icke fallet i den relativistiska mekaniken. För fortättningen är det lämpligt att införa en ny storhet, den så kallade egentiden», som är invariant och som kommer att ersätta det vanliga dsbegreppet i rörelseekvationerna. Vi betraktar först som förut två oordinatsystem, som rör sig *rätlinjigt* och med *konstant* hastighet förhållande till varandra. Enligt det föregående har vi då samanden (5)—(5c) mellan koordinaterna i de två systemen. Vi bildar u uttrycket

$$c^2t^2-x^2-y^2-z^2=c^2\tau^2$$

ch uttrycker detta med hjälp av koordinaterna i x'-systemet. Vi r då

$$c^2\tau^2=c^2\frac{(t'+vx'/c^2)^2}{1-v^2/c^2}-\frac{(x'+vt')^2}{1-v^2/c^2}-y'^2-z'^2=$$

$$=\frac{1}{1-v^2/c^2}(c^2t'^2+x'^2\frac{v^2}{c^2}+2vx't'-x'^2-v^2t'^2-2vx't')-y'^2-z'^2=$$

$$=c^2t'^2-x'^2-y'^2-z'^2$$

ltså är för detta fall storheten τ en invariant. τ brukar kallas parkelns »egentid». Vi önskar nu generalisera detta begrepp till parklar, som inte rör sig rätlinjigt och ej rör sig med konstant

hastighet. Vi antar, att partikeln vid tiden t har koordinaterna x, y, z och rör sig med hastigheten v. Vid tiden $t+\Delta t$ är koordinaterna $x+\Delta x$, $y+\Delta y$, $z+\Delta z$. Antages tiden Δt så liten, att rörelsen under denna tid kan anses som rätlinjig och likformig, gäller dels

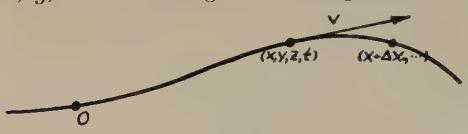


Fig. 7.

$$v^2=\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\approx\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2$$

dels enligt ovanstående, att storheten $\Delta\tau$ definierad av likheten

$$c^2(\Delta t)^2-(\Delta x)^2-(\Delta y)^2-(\Delta z)^2=c^2(\Delta\tau)^2 \tag{7}$$

är invariant. Denna ekvation definierar alltså *tillskottet* av en storhet τ under tiden Δt. Sättes $\tau=0$ i en punkt O, definierar detta förfaringssätt τ längs den kurva, som utgör partikelns bana. Vi kan nu omvänt tänka oss koordinaterna x, y, z och tiden t uttryckta som funktioner av egentiden längs kurvan. Dividerar vi ekv. (7) med $(\Delta\tau)^2$, får vi efter gränsövergången $\Delta\tau\to 0$ sambandet

$$c^2\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2-\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2-\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2-\left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2=c^2 \tag{8}$$

Genom att i de tre sista termerna på vänster sida använda omformningen

$$\frac{dx}{d\tau}=\frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\tau}\quad\text{etc.}$$

får vi ur ekv. (8)

$$\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2\left[c^2-\left(\frac{dx}{dt}\right)^2-\left(\frac{dy}{dt}\right)^2-\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]=c^2$$

eller

$$\frac{dt}{d\tau}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{8a}$$

Av t. ex. ekv. (8 a) synes, att om $v=0$, blir $t=\tau$, vilket motiverar namnet egentid.

5. De relativistiska rörelseekvationerna

Vi betraktar en kropp med tätheten ϱ och hastigheten v i förhållande till koordinatsystemet x, y, z, t. Dessutom tänker vi oss ett annat koordinatsystem x_0, y_0, z_0, t_0, som rör sig med den *konstanta* hastigheten v i förhållande till x-systemet. Kroppens hastighet i förhållande till x_0-systemet är alltså i det betraktade ögonblicket noll. I allmänhet är *kroppens* hastighet ej konstant, varför kroppen ett ögonblick senare rör sig också i förhållande till x_0-systemet. Vi antar, att på ett volymselement av kroppen verkar krafter proportionella

mot dess storlek ΔV resp. ΔV_0 och givna av uttrycken $F_x \Delta V$, $F_y \Delta V$, $F_z \Delta V$ och $F_{x_0} \Delta V_0$, $F_{y_0} \Delta V_0$, $F_{z_0} \Delta V_0$ resp. Vi postulerar nu, att i x_0-systemet skall kraftekvationen för varje volymselement ha sin vanliga form

$$\Delta V_0 F_{x_0} = \varrho \Delta V_0 \frac{d^2 x_0}{dt_0^2} \text{ etc.}$$

I detta speciella koordinatsystem är, på grund av att kroppens hastighet är lika med noll, egentiden τ och tiden t_0 samma storhet. Vi kan därför också skriva ovanstående ekvation

$$F_{x_0} = \varrho \frac{d^2 x_0}{d\tau^2} \text{ etc.}$$

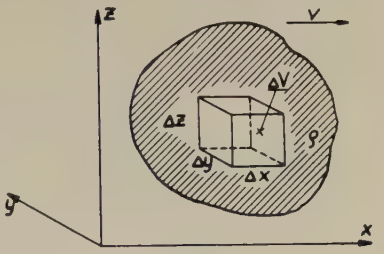


Fig. 8.

Studeras samma accelerationsförlopp av en iakttagare Q i x-systemet, finner denne samma värde på egentiden τ som observatören P i x_0-systemet. Q finner emellertid ej samma värden som P för koordinaterna och tiden utan får för dessa andra värden bestämda av ekv. (5)—(5 c). Med hjälp av den klassiska teorin för elektromagnetismen kan man visa, att Q i sitt koordinatsystem på varje volymselement av kroppen finner krafter F_x, F_y och F_z, som hänger samman med krafterna F_{x_0}, F_{y_0} och F_{z_0} på formellt samma sätt, som x, y och z bestämmes av x_0, y_0 och z_0 under förutsättning, att dessa krafter är rent elektriska och magnetiska. I detta speciella fall kan därför, under förutsättning att tätheten ϱ är densamma för bägge iakttagarna, ovanstående ekvationer i x-systemet skrivas såsom

$$F_x = \varrho \frac{d^2 x}{d\tau^2}, \qquad F_y = \varrho \frac{d^2 y}{d\tau^2}, \qquad F_z = \varrho \frac{d^2 z}{d\tau^2} \tag{9}$$

Genom att summera över alla volymselement ΔV får vi härav rörelseekvationerna för den materiella kroppen.

$$\Sigma \Delta V \cdot F_x = \Sigma \varrho \Delta V \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \Sigma \varrho \Delta V \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dx}{dt} \right) \text{ etc.}$$

[jämför ekv. (8 a)]. Summan $\Sigma \Delta V \cdot F_x$ är den totala på kroppen verkande kraften K_x. I summan på den högra sidan anser vi, att hastigheten är densamma för alla volymselement av kroppen, och får

$$K_x = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dx}{dt} \right) \Sigma \varrho \Delta V$$

$$\Sigma \varrho \Delta V = \Sigma \varrho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

Antar vi för enkelhetens skull, att hastigheten v är riktad längs x-axeln, gäller enl. ekv. (3)

$$\Delta x = \Delta x_0 \sqrt{1-v^2/c^2}, \qquad \Delta y = \Delta y_0, \qquad \Delta z = \Delta z_0$$

Alltså blir

$$\Sigma \varrho \Delta V = \Sigma \varrho \, \Delta x_0 \Delta y_0 \Delta z_0 \sqrt{1-v^2/c^2} = \sqrt{1-v^2/c^2}\, m_0$$

där

$$m_0 = \Sigma \varrho \Delta x_0 \Delta y_0 \Delta z_0 = \Sigma \varrho \Delta V_0$$

är massan av kroppen mätt i vilosystemet, den s. k. »vilomassan». Rörelseekvationerna blir nu

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{dx}{dt}\right) \\ K_y &= \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{dy}{dt}\right) \\ K_z &= \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{dz}{dt}\right) \end{aligned} \tag{10}$$

Definierar vi nu kroppens massa m vid hastigheten v enligt sambandet

$$K_x = \frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\right) \text{ etc.}$$

gäller

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{11}$$

Kroppens massa är alltså ingen konstant utan växer med hastigheten för att bli oändligt stor för $v=c$. Formel (11) har med stor noggrannhet kunnat verifieras experimentellt.

Vi har tidigare av matematiska skäl (paragraf 3) funnit, att en kropps hastighet ej kan överstiga ljushastigheten. Det här erhållna sambandet mellan massan och hastigheten visar, att om man försöker öka kroppens hastighet över ljushastigheten genom att accelerera densamma under inverkan av en kraft, detta ej lyckas. När hastigheten v närmar sig ljushastigheten c, går nämligen kroppens massa mot oändligheten och därmed dess acceleration mot noll.

6. Sambandet mellan massa och energi

Vi har sett, att när en kropps hastighet och därmed dess rörelseenergi ökas, växer också dess massa. Det måste alltså finnas ett samband mellan tillväxten i energi och massökningen. Vi önskar finna ett matematiskt uttryck för detta. Det under egentiden $\Delta\tau$ uträttade arbetet är

$$\Delta E = K_x \Delta x + K_y \Delta y + K_z \Delta z \approx \left(K_x\frac{dx}{d\tau} + K_y\frac{dy}{d\tau} + K_z\frac{dz}{d\tau}\right)\Delta\tau$$

Det av en kraft vid en förflyttning uträttade arbetet är lika med produkten av kraften och vägens projektion på kraftens riktning. Verkar på kroppen flera krafter, blir det totala arbetet lika med summan av arbetena för de enskilda krafterna. I fig. 9 betyder Δs den väg, kroppen rör sig, då dess koordinater ändras från x, y, z till $x+\Delta x$, $y+\Delta y$, $z+\Delta z$. På kroppen verkar krafterna K_x, K_y, K_z. Av figuren framgår, att projektionen av Δs på t. ex. x-axeln är Δx. Motsvarande gäller för de övriga koordinaterna. Alltså blir det uträttade arbetet

$$K_x\Delta x+K_y\Delta y+K_z\Delta z$$

vilket är den använda formeln.

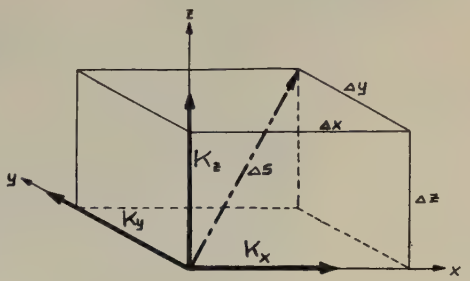


Fig. 9.

Använder vi här rörelseekvationerna (10), får vi

$$\Delta E=m_0\Delta\tau\left[\frac{dx}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)+\frac{dy}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{d\tau}\right)+\frac{dz}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dz}{d\tau}\right)\right]$$

Vi dividerar med $\Delta\tau$ och gör på vanligt sätt gränsövergången $\Delta\tau\to 0$

$$\frac{dE}{d\tau}=m_0\left[\frac{dx}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)+\frac{dy}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{d\tau}\right)+\frac{dz}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dz}{d\tau}\right)\right]$$

Varje term på högra sidan skrives sedan om enligt schemat

$$\frac{dx}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)=\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2$$

varav följer

$$\frac{dE}{d\tau}=\frac{m_0}{2}\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2+\left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2\right]$$

Den högra sidan skrives nu med hjälp av ekv. (8) om till

$$\frac{m_0}{2}\frac{d}{dt}\left[c^2\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2-c^2\right]=m_0c^2\frac{dt}{d\tau}\frac{d}{dt}\left(\frac{dt}{d\tau}\right)=m_0c^2\frac{d}{d\tau}\left(\frac{dt}{d\tau}\right)$$

Alltså

$$\frac{d}{d\tau}\left(E-m_0c^2\frac{dt}{d\tau}\right)=\frac{d}{d\tau}(E-mc^2)=0$$

Uttrycket $E-mc^2$ är alltså konstant längs banan. Uträttas av de yttre krafterna ett arbete ΔE, måste alltså kroppens massa ökas med ett belopp Δm bestämt av sambandet

$$\Delta E=\Delta mc^2$$

Även för andra former av energi har detta samband kunnat verifieras experimentellt vid atomfysikaliska försök.

Avslutningsvis kan påpekas, att för små värden på hastigheten v (jämfört med ljushastigheten) överensstämmer dessa formler med de kända uttrycken för en kropps rörelseenergi. Ökningen i en kropps energi, då dess hastighet ändras från noll till v, blir

$$E_{kin} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right)$$

Approximerar vi på följande sätt

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{2c^2}\right)^2 - \frac{v^4}{4c^4}}} \approx \frac{1}{1-\frac{v^2}{2c^2}} \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

blir

$$E_{kin} \approx m_0c^2\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right) = \frac{m_0v^2}{2}.$$

NYTT **universalinstrument med många strömmätningsområden även för växelström**

811 **kostar endast** **245** **kr.**

Philips nya universalinstrument 811 med **20 000 ohm/volt** vid likspänningsmätningar har många fördelar. Det stabila vridspoleinstrumentet med Philips Ticonalmagnet och Philips germaniumdiod för växelströmsmätningar ger en stabilitet och säkerhet på instrumentet, som är mindre vanlig. De många spänningsområdena och strömmätningsområdena, även för växelström, gör att varje elektrotekniker bör ha detta instrument, antingen han sysslar med starkström eller svagström. De inbyggda batterierna för motståndsmätning med tydlig avläsning upp till 10 MΩ är av normala typer och lätt utbytbara. Instrumentet levereras med två mätsladdar.

Lik -ström	-spänn.	Växel -ström	-spänn.	Motstånd
120 µA	3 V	600 µA	3 V	0 — 10000 Ω
600 µA	12 V	6 mA	12 V	0 — 100000 Ω
6 mA	60 V	60 mA	60 V	0 — 10 MΩ
60 mA	300 V	600 mA	300 V	
600 mA	1200 V	3 A	1200 V	
3 A				

Instrumentet har en kraftig kåpa av Philite samt två överskådligt ordnade omkopplare: den ena för omkoppling av likström, likspänning, växelström eller växelspänning. Den andra för inställning av önskat mätområde. Instrumentet har knivvisare och lång, tydlig skala. 811 gör verkligen skäl för namnet universalinstrument och är ett ovärderligt hjälpmedel i det dagliga arbetet.

PHILIPS

Mätinstrumentavdelningen Stockholm 6. Tel. 34 05 80, för rikssamtal 34 06 80

NORSTEDTS LIKRIKTARKUB

finns numera i två utföranden: I. Likström och växelström 0—15 volt 10 amp. samt II. Likström och växelström 0—24 volt 10 amp.

Likriktarkuben är en utmärkt strömkälla för skolornas elektriska försök och ersätter med fördel batterier och ackumulatorer. Likriktarkuben kan användas varsomhelst. Den behöver bara anslutas till ett vanligt väggguttag med nätspänning 220 volt eller 127 volt växelström. En lättransportabel och praktisk strömkälla för alla skolor.

Pris: 15 volt 295:— 24 volt 325:—

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ

Astronomikursen i skolan och astronomiläroböckerna

Av lektor Olof Eklöf, Uppsala

Det är ju en allmän regel att en lärare skall ha fått utbildning inom de ämnesområden, där han skall undervisa. Emellertid har detta tidigare ej helt och hållet gällt för fysiklärare. Både i realskolans avslutningsklass och i det fyraåriga gymnasiets lägsta ringar skall läsas astronomi, men de allra flesta fysiklärare har inte läst detta ämne vid universitetet. Detta anmärkningsvärda förhållande har så småningom uppmärksammats av statsmakterna. Sedan ett par år gäller nämligen en ny examensstadga, enligt vilken alla fysikstuderande, som inte tar astronomi med som särskilt ämne i ämbetsexamen, måste genomgå en kurs i astronomi. Denna omfattar vissa delar av 1-betygskursen, varvid förhållandevis stor vikt lägges vid den moderna astrofysiken. Så småningom kommer denna nya bestämmelse att åstadkomma, att alla fysiklärare även har en viss kompetens i astronomi. Men för närvarande saknar många tillräckliga kunskaper i ämnet, varför det blir så, att undervisningen blir mer bunden till läroboken, då det gäller astronomi än övriga avsnitt av kursen. Det är därför både för lärare och elever nödvändigt att ha tillgång till goda, felfria läroböcker.

I denna artikel skall diskuteras något om vad en sådan bok bör innehålla, varefter det befintliga läroboksbeståndet granskas. Av de äldre läroböckerna har tre nyligen kommit med nya, omarbetade upplagor, nämligen Hellsten-Frendel (elfte uppl. 1953), Malmborg (elfte uppl. 1953) och Beckman-Jenvall (fjärde uppl. 1954). Dessutom utkom 1955 två helt nya läroböcker i astronomi, nämligen av Danver och Lönnquist. De fem böckerna betecknas i fortsättningen med HF, M, BJ, D och L.[1]

Vad skall då en skolbok i astronomi innehålla? Kursplanen säger endast »Det allmännaste om solsystemet och himlakropparna i övrigt». Det står ingenting om avvägningen mellan solsystemet och himlakropparna i övrigt. Alltså lämnas fältet fritt för författarna av de metodiska anvisningarna. Sådana finns ännu ej för det nya gymnasiet, men i realskolans anvisningar av år 1953 har en rad olika moment noggrant uppräknats. Men läroboksförfattarna har väl dock möjlighet att själva göra en avvägning mellan de givna momentens olika vikt.

En huvudfråga torde först vara om man skall utgå från den geocentriska åskådning, som de observerade rörelserna direkt tyder på, eller om man skall starta med en heliocentrisk framställning

[1] D är utgiven av Natur & Kultur, de övriga av Svenska Bokförlaget.

av solsystemet och med hjälp av denna tolka observationerna. De metodiska anvisningarna rekommenderar det sistnämnda sättet. Men det finns även förespråkare för den geocentriska metoden. SEDSTRÖMS studieplan i fysik för enhetsskolan (Gebers förlag, Stockholm 1952) anbefaller denna väg. Ja, för enhetsskolan, där astronomikursen är delad i två delar, en på mellanstadiet och en på högstadiet, är det nog naturligt att börja med den geocentriska uppfattningen. På mellanstadiet gäller det nämligen endast att beskriva iakttagelserna men inte att förklara dem.

I realskolan och gymnasiet däremot, där hela kursen skall läsas i ett sammanhang, är det säkerligen bäst att utgå från den heliocentriska uppfattningen. Förespråkarna för den geocentriska metoden menar visserligen, att det ej blir experimentell astronomiundervisning på detta sätt. Men den kritiken skjuter över målet. Man måste ju betänka, att man i skolan inte kan experimentellt bevisa vare sig jordrotationen eller jordens rörelse runt solen. Vi kan ju inte demonstrera Foucaults pendelförsök eller östavvikningen vid fritt fall, ej heller mäta jordens avplattning eller stjärnparallaxer. Inte heller tycker jag att det är nödvändigt att försvåra framställningen bara för att man skall följa den historiska utvecklingsgången.

Konsekvent genomförd är den geocentriska metoden endast i RENDAHL-SÖDERBORGS lärobok. (Då denna bok är föråldrad i fråga om stellarastronomin, tages den här i övrigt inte upp till behandling.) Av de fem tidigare nämnda böckerna bygger de äldre, HF och M, i huvudsak på den geocentriska åskådningen, BJ och L står däremot på den heliocentriska grunden men diskuterar ändå utförligt de skenbara rörelserna på himmelssfären. D är mycket radikal och inför inte ens begreppet himmelssfär och kan alltså t. ex. ej heller införa stjärnornas koordinater.

Den moderna astronomin sysslar huvudsakligen med stjärnor, nebulosor och galaxer. Det är framför allt där, som de senaste decenniernas forskningar radikalt har ändrat vår uppfattning av omvärlden. Borde då inte även skolastronomin lämna större utrymme åt stellarastronomin? Det har författarna till de två nya böckerna med rätta ansett. Följande sammanställning visar det antal sidor, som i olika böcker har ägnats åt stellarastronomin:

	HF	M	BJ	D	L
Antal sidor	6	5	10	16	14
D:o i %	10	11	13	25	16

Både absolut och relativt ligger de två nya böckerna främst. Men det bör finnas möjligheter att få med ännu mer stellarastronomi. En-

dast ett par önskemål skall här nämnas som exempel. Den absoluta magnituden (verkliga lyskraften) hos en stjärna har införts i D och L; i alla diskuteras stjärnornas färg. Varför då inte också ta med kombinationen av dessa båda storheter, Hertzsprung-Russel-diagrammet, så att det blir *lättare* att överblicka de olika stjärntyperna (jättar och dvärgar av olika färg). Något om bestämningen av stjärnors apparenta ljusstyrkor och färg kunde också försvara sin plats. Varför inte även nämna radioastronomin, astronomernas nya forskningsfält? För att bereda plats för mer stellarastronomi och astrofysik måste man emellertid ta bort något annat. Mycket plats vinnes på att börja direkt med det heliocentriska systemet. Dessutom måste man ta lätt på det svåra tidsbegreppet. Nog är det värdefullare att känna till några metoder för avståndsbestämning för stjärnor än att kunna definiera tidsekvationen.

Vid genomläsningen av de fem läroböckerna har jag noterat några egendomligheter och direkta felaktigheter, som bör rättas till i följande upplagor. Gemensam för alla böckerna utom D är en bild av en flaggstång eller någon annan lodrät stav, som belysas av solen och kastar skugga på horisontell mark. Man får väl förutsätta, att bilden skall vara ritad för våra breddgrader. Av solhöjden att döma är det sommar. Det är då lätt att inse, att skugglinjens konkava sida är vänd åt fel håll. Bilderna visar skugglinjens utseende under vinterhalvåret, men i så fall med fel solhöjd. Vid dagjämningarna följer skuggan en rät linje. (Jämför adj. H. Stenmarks uppsats i Elementa, sept. 1955.) Har författarna inte prövat detta försök själva?

I HF har jag vidare fastnat för följande. Övningsexempel av typen 79 och 88 är direkt olämpliga. Det väderstreck, i vilket man ser en himlakropp, anges ju ej av dess timvinkel utan azimut, vilken ej kan beräknas utan kännedom om himlakroppens deklination och observationsortens latitud. Om man räknar ex. 88 a för det extrema fallet, att månen har sin största nordliga deklination, nämligen 28,5°, och observeras från 60° latitud, så finner man att månen kl. 6 redan passerat i väster och står 13° åt norr. Vid lika stor sydlig deklination blir svaret i stället i väster, 18° åt syd, men månen är då långt under horisonten. Förf. ger svaret »i väster, ungef. 3° åt syd», alltså ett fullständigt meningslöst svar. Det är bättre att lära eleverna, att detta är något som man inte kan räkna ut i skolan, än att lära dem räkna fel. — Solens rotationstid säges vara 28 dygn; riktigare är att säga, att den är 25 dygn vid ekvatorn och ökar mot polerna. — Fig. 123 och 124 är instruktiva. Men horisonten bör inte läggas in i figurerna, ty dessa visar då det specialfallet, att dagjämningspunkterna faller i öst- och västpunkterna, vilket kan vara vilseledande. — På tal om förmörkelser redogör förf. i detalj för 1954 års totala solförmörkelse i

Sverige. Men de angivna tiderna är fel på en timme; förf. har tydligen råkat få tag i greenwichtiderna. Vidare är det litet vårdslöst att säga, att förmörkelsen börjar samtidigt i Sydkoster och på alla platser mindre än 7,5 mil därifrån. Skuggan vandrar ju kontinuerligt framåt. På s. 116 har solförmörkelsen den 9 juli 1945 tappats bort. Den var total i Lappland och Västerbotten. — Kapitlet om Vintergator behöver delvis skrivas om. På s. 132 står det: »hela den världsö, vintergatan utgör, har man funnit rotera kring stjärngruppen Skytten, som ligger 30 000 ljusår ifrån oss.» De stjärnor, som vi ser i stjärnbilden Skytten, ligger inte så långt borta, och det är alltså inte kring dessa stjärnor, som Vintergatan roterar, utan kring sitt centrum, som ligger *i riktningen av* Skyttens stjärnbild. På samma ställe säges Vintergatan vara genomvävd av nebulosor, av vilka en del (galaxerna) inte tillhör vårt vintergatsystem. Det är faktiskt så, att i Vintergatans plan ser man inte alls några galaxer. De är bortskymda där av den absorberande, mörka materien i detta plan.

I M är i fig. 61 tiderna för solens upp- och nedgång alltför symmetriskt angivna. Det måste vara sann soltid för att det skall vara så enkelt, men läsaren tror naturligtvis, att det är fråga om vanliga klockslag. — På s. 69 säges en stjärna flytta sig *nästan* 15° i timmen, det bör väl vara *något mer än* 15°. — Beskrivningen av den parallaktiska monteringen av ett astronomiskt instrument (s. 75) är fullständigt felaktig. Det talas om tre axlar, fastän det aldrig brukar vara mer än två. Vill förf. möjligen ha med en axel för ändring av instrumentets polhöjd? Deklinationsaxeln kallas för huvudaxeln, och så påstås, att det är kring denna, som instrumentet vrider sig för att följa den dagliga rörelsen! Man får väl hoppas, att ingen elev förstått det stycket. — Fig. 87 påstås vara ett *fotografi* av Mars, men så detaljerade Marsfotografier finns inte. Det är här fråga om en teckning.

Kapitlen om stjärnvärlden och världsalltet är mycket kortfattade. Begreppet storleksklass är t. ex. ej nämnt. Även i denna bok förekommer en del egendomligheter om Vintergatsystemet. »Mot linsens sidor är stjärnorna glesare och ligger oss närmare, varför vi där tydligt kan urskilja dem.» Det finns naturligtvis lika närbelägna stjärnor även i Vintergatans plan, vilka urskiljes lika lätt. Vidare sägs, att stjärnhopar och gasnebulosor förekommer kring Vintergatan. Det gäller för de öppna stjärnhoparna men ej alls för de klotformiga, som inte syns i Vintergatan. — Bild 96 bör vridas 90°, ty astrofotografier brukar alltid publiceras med norr uppåt eller ev. nedåt.

BJ är den bok, som noggrannast följer SÖ:s metodiska anvisningar; kapitelrubrikerna stämmer exakt med de metodiska anvisningarnas moment. Den är mycket korrekt i sina uppgifter. Möjligen skulle man kunna anmärka på att förf. sätter likhetstecken mellan spiralnebulosa

och galax. Galaxerna indelas nämligen i regelbundna och oregelbundna, de förstnämnda sedan i sin tur i spiraler och elliptiska galaxer. BJ består av en läroboks- och en läseboksdel. Frågan är väl om inte vissa partier av läseboken borde föras till läroboken, åtminstone det väsentliga av kap. XVI (Stjärnvärlden) och XX (om astronomiska instrument).

Största intresset tilldrar sig de två nya böckerna. D är, som redan nämnts, radikalt och enligt min mening alltför radikalt nedskuren i fråga om den sfäriska astronomin. I gengäld ger den emellertid en god framställning av den modernare astronomin. Tyvärr finns det dock rätt många onödiga, faktiska fel i den, av vilka några skall nämnas. På s. 24 borde även den *sideriska* månadens längd ha fått komma med. Då hade kanske uppgiften på s. 25 om månens rörelse bland stjärnorna blivit riktigt angiven till 13°/dygn. Författarens uppgift, 12°, är månens rörelse i förhållande till solen. — Fig. 15 bör vridas 90°. — Den angivna protuberanshöjden i fig. 16 är åtskilliga gånger för liten, vilket man utan vidare inser, om man jämför med solradien. — På s. 34 påstås, att ebb- och flodfenomenet varje dag försenas $^1/_4$ timme; bör ändras till 50 min. — Förf. säger på tal om förmörkelser, att ett sådant läge, att solen, månen och jorden ligger i rät linje, kan uppkomma endast om nodlinjen vrider sig. Ungefär samma uppfattning tycks f. ö. även L ha. Detta måste väl dock vara fel. Om nodlinjen inte vrider sig, pekar den ju hela tiden mot samma punkter i ekliptikan. Och när solen befinner sig i eller i närheten av dessa punkter blir det förmörkelser under förutsättning att månen samtidigt är ny eller full. Enda skillnaden jämfört med de faktiska förhållandena blir att förmörkelserna alltid skulle inträffa vid ungefär samma tider på året. I detta sammanhang måste man också reagera mot förf.:s ofta oklara uttryckssätt. I den nyss berörda diskussionen om förmörkelser står: »Även om de tre kropparna ligger i samma riktning, ligger de oftast inte i rät linje med varandra.» Man förstår ju vad förf. menar, men är det säkert att eleverna gör det?

Den tid en solförmörkelse varar, beror framför allt på skuggans växlande diameter och mindre på variationen i dess hastighet och ortens latitud (s. 37). — Den himlakropp, som näst månen kan komma jorden närmast, är inte Venus. Flera småplaneter kan komma närmare. Minimiavstånden är för Venus 40 milj. km, Eros 22, Amor 15 och Apollo 10 milj. km. — I fig. 33 anges jordbanans diameter till 300 000 km, vilket är 1000 ggr för litet. — Fig. 35 föreställer stjärnhopen ω Centauri och inte som uppges den i övriga böcker förekommande stjärnhopen i Herkules. — Att stjärnorna i en klotformig stjärnhop verkar mera tätt packade än i en öppen, är ej bara en av-

ståndseffekt (s. 63), utan den verkliga stjärntätheten är även mångfalt större i den förra. — Slutfunderingarna i boken angående det expanderande universum verkar något överraskande. Utan att råka i strid med relativitetsteorin kan man säga, att gränsen för det observerbara universum nås, då det ljus som galaxerna utsänder på grund av den ökande rödförskjutningen kommer att falla inom de delar av spektrum, som ej kan observeras.

Det var med särskild förväntan, som jag första gången läste L, den sista av de böcker som här behandlas. Förf. är ju välkänd för hela landet genom bl. a. sina astronomiska föredrag i radio, där han visat sig kunna klargöra invecklade problem på ett lättillgängligt sätt. Och förväntningarna har infriats. Trots flitigt läsande har jag knappast kommit på några faktiska fel i boken, om jag nu inte skall påpeka en sådan detalj som att *våglängd* längst ned på s. 59 skall utbytas mot *väglängd*. Boken har en kort läseboksdel, i vilken bl. a. tidsbegreppet placerats, vilket jag anser lämpligt med hänsyn till den mindre vikt, som måste läggas därvid. Däremot kunde kanske momenten om stjärnornas och galaxernas rörelse ha satts in på sin plats i läroboken. I denna får man nu t. ex. lära sig storleken hos Vintergatsystemet och solens plats däri, men först i läseboken kommer systemets rotation och solens rotationshastighet. Det finns gott om lärorika övningsexempel. Figurerna är instruktiva, men man saknar Pluto i fig. 26. Kanske kunde något mer astrofysik har medtagits på bekostnad av den astronomiska »hembygdskunskapen». Det är väl t. ex. onödigt att offra nästan fyra sidor på meteorer. Utmärkt är kapitlet om sol- och månförmörkelser. Ett register skulle göra den innehållsrika boken ännu användbarare.

En lärobok i astronomi bör också vara en handledning för elevernas observationer. Detta krav uppfylles i någon mån av HF, M och L. BJ ger en del förslag till observationer i förordet men i övrigt ej mycket. D slutligen ger nästan ingenting i detta avseende. Det ligger dock utom ramen för denna artikel att närmare gå in på observationsuppgifternas innehåll.

Som sammanfattning av det ovan sagda kan det konstateras, att det tydligen ej är lätt att skriva en god astronomibok. Risken för grova fel är naturligtvis störst, då en icke fackman ger sig på uppgiften. Fysik- och astronomiläroböckerna borde nog vara helt skilda från varandra och skrivas av olika författare. BJ, D och L är sådana fristående böcker, och detta bidrar väl framför allt till att de är inte bara korrektare (med viss reservation för D) utan även avgjort intressantare och innehållsrikare än de andra. Och av de tre står utan tvekan L i särklass.

Sannolikhetskalkyl och statistik på gymnasiet

av fil. lic. Lennart Råde, Göteborg

Den stora betydelse, som statistiken och därmed även sannolikhetskalkylen har för vår tids vetenskap och samhälle, har nu lett därhän, att dessa ämnen skall behandlas i gymnasiets undervisning i matematik. Detta måste hälsas med den största tillfredsställelse. Förtrogenhet med ett statistiskt betraktelsesätt har stor allmänt uppfostrande betydelse. Därjämte är statistiken ett oumbärligt instrument för snart sagt alla vetenskaper och yrken. Det är naturligtvis förenat med svårigheter att införa moment av helt ny karaktär i matematikundervisningen, i synnerhet som de flesta matematiklärare saknar specialutbildning på området. Man får emellertid hoppas, att dessa svårigheter kan bemästras och att statistiken får den plats i undervisningen, som den förtjänar. Denna artikel är ett inlägg i diskussionen kring de nya kurserna. Därjämte skall motsvarande moment i några läroböcker för gymnasiet granskas.

Sannolikhetskalkylen är en gren av den rena matematiken. Dess empiriska bakgrund är frekvenskvoternas stabilitet, vilket innebär, att vid t. ex. kast med ett mynt frekvensen för krona vid allt längre kastserier synes närma sig ett bestämt gränsvärde. Detta upptäcktes troligen först i samband med hasardspel men uppträder i alla förlopp, som regleras av slumpen. För hasardspelens vidkommande kan man ofta beräkna sannolikheter enligt den klassiska definitionen, dvs. sannolikheten uppfattad som kvot mellan antal gynnsamma och antal möjliga fall. Detta förutsätter emellertid »symmetri» mellan de olika elementarfallen, vilket åtminstone approximativt är fallet vid hasardspelen. Den klassiska definitionen är alltså en beräkningsregel med mycket begränsad användning. I det övervägande antalet fall måste sannolikheter bestämmas ur frekvenskvoter. Den matematiska sannolikhetskalkylen kan numera liksom geometrien ges en axiomatisk framställning, varvid axiomen uppställes ur lätt insedda egenskaper hos frekvenskvoterna. I en berömd avhandling från 1933 uppställde ryssen Kolmogorov ett sådant axiomsystem, på vilket de flesta moderna framställningar av sannolikhetskalkylen vilar.

I gymnasiekursen skall nu enligt kursplanen matematisk sannolikhet med några enkla tillämpningar härav behandlas. Med »matematisk sannolikhet» avses här antagligen det klassiska sannolikhetsbegreppet. Denna inskränkning har väl gjorts för att kursen ej skall bli för

omfattande, men den torde bli svår att upprätthålla i praktiken, såvida man inte strikt vill hålla sig inom hasardspelens domäner, vilket ändå knappast är meningen. Detta framgår också klart av de utgivna läroböckerna, där frekvenskvoter i de flesta fall omnämnes. Det bör gå bra att i gymnasiet diskutera det moderna sannolikhetsbegreppet. Genom experiment kan man låta eleverna konstatera frekvenskvoternas stabilitet. Sannolikhetskalkylens axiom bör även kunna något behandlas. Själva metoden att uppställa erfarenhetsmässigt förnuftiga axiom är ju känd för eleverna från geometrien, och det bör vara av allmänt intresse för dem att se denna metod tillämpad inom ett helt annat område. Sannolikhetskalkylens plats i gymnasiekursen är naturligtvis dikterad av dess betydelse för statistiken. Det bör emellertid framhållas, att den är en gren av den rena matematiken av stort självständigt värde.

Vad statistiken angår, så kan i ordet »statistik» inläggas mycket skiftande meningar. En amerikansk matematiker har givit följande definition, som ger det väsentliga. »Statistik är den vetenskap, i vilken man utvecklar och tillämpar de mest effektiva metoderna för att insamla, sammanställa och tolka numeriska data på ett sådant sätt, att tillförlitligheten i slutsatser och uppskattningar kan anges med sannolikhetskalkylens hjälpmedel.» Statistiken kan även kännetecknas som en beslutteori. Den ger anvisning om hur man vid en given numerisk information skall fatta beslut. Vid överläggning av de olika riskerna härvid kommer sannolikhetskalkylen till användning.

Allmänt kan sägas, att statistiken uppfostrar till tänkande i kvantiteter. Även om ej alla fenomen och samband kan studeras på en kvantitativ basis, så är detta dock möjligt i mycket större utsträckning än vad allmänt antages. Det kvantitativa tänkandet har i skolan hittills utvecklats inom matematiken, fysiken och kemien, där den newtonska mekanikens determinism dominerar. Inom samhällsvetenskaperna och tekniken, för att nu bara nämna två viktiga tillämpningsområden för statistiken, har emellertid sambanden ej denna deterministiska karaktär. Statistikens råmaterial är vidare alltid siffror, och bland dess uppgifter ingår att kritiskt bedöma dessa siffrors tillförlitlighet och att studera hur olika felkällor påverkat dem.

Enligt kursplanen skall kursen i statistik omfatta något om statistikens grunder. Vad som härvid avses med grunder anges också, nämligen medelvärden, spridning, felberäkning och korrelation. Denna förteckning tyder på att kursplanens författare satt likhetstecken mellan statistik och beskrivande statistik och att avsikten med kursen är att något orientera om hur man i den rent beskrivande statistiken beräknar några statistiska karakteristikor. Även med denna inskränk-

ning är kursens innehåll tämligen magert, då de ytterst viktiga grafiska metoderna ej omnämnes. Med tanke på den ovan citerade definitionen skulle man inskränka sig till statistikens metoder för sammanställning av numeriska data och helt utelämna dess huvuduppgift att tolka dessa. Situationen är ungefär densamma som om man skulle undervisa i fysik och endast nämna, hur man mäter fysikaliska storheter, men ej hur man tolkar mätresultaten genom att formulera lagar och samband.

Lämpligast torde kursen i statistik utformas så att den blir en orienteringskurs över statistikens metoder, naturligtvis illustrerad med exempel. Eleverna bör få beräkna några medelvärden, standardavvikelser m. m., men detta får ej bli det väsentliga i kursen. Med väl valda övningsexempel kan i anslutning till dessa många av statistikens metoder och problemställningar diskuteras. Här skall endast kortfattat nämnas vad som härvid kan medhinnas på den relativt korta tid, som kan ägnas åt statistiken.

Ovan har nämnts, att något om de grafiska metoderna bör medtagas. Med tanke på skolans allmänt uppfostrande uppgift är detta av vikt, då t. ex. statistiska material i tidningar och tidskrifter ofta presenteras i denna form. Frekvens- och summapolygon, histogram och tvådimensionella prickdiagram bör kunna medhinnas, eventuellt även grafisk representation av tidsserier med diskussion av trend- och säsongsvariationer.

En av statistikens centrala frågeställningar är inferensproblemet dvs. problemet att dra slutsatser om en population, då man endast har att tillgå ett stickprov ur densamma. Om man vid en fysiklaboration gör upprepade bestämningar av en viss fysikalisk storhet, vad kan utifrån de skiftande försöksvärdena sägas om storhetens »verkliga» värde? Statistiken löser oftast detta problem genom att beräkna ett konfidensintervall, vars gränser med en given sannolikhet innesluter den sökta populationsstorheten. För att kunna konstruera detta intervall måste man känna stickprovsvärdets statistiska fördelning. Som gränsfördelning vid växande stickprovsstorlek uppträder härvid ofta normalfördelningen.

I gymnasiets kurs bör denna frågeställning behandlas, varvid även normalfördelningens stora betydelse som population liksom medelvärdets fördelning bör diskuteras. I samband med beräkning av medelvärde och standardavvikelse genomgås hur man anger ett konfidensintervall för populationens medelvärde. Detta är ju $\bar{x} \pm \lambda s/\sqrt{n}$ där $\bar{x}$ och s anger stickprovets medelvärde och standardavvikelse och λ vid ej alltför små n (n=stickprovsstorleken) kan bestämmas ur normalfördelningen. Skillnaden mellan population och stickprov måste eftertryckligt framhållas. Betydelsen av stora stickprov blir ju också

klar för eleverna av uttrycket för konfidensintervallet. Skillnaden mellan slumpmässiga och systematiska fel i ett stickprov bör också nämnas.

Den nuvarande kursplanen framhäver mycket riktigt korrelationsbegreppets stora betydelse. Det bör vara skolan angeläget att något försöka klargöra detta ofta missuppfattade begrepp. Det är ju ett exempel på hur man statistiskt beskriver ett samband, som ej är av matematikens en-en-tydiga karaktär. Att enbart beräkna några korrelationskoefficienter torde emellertid knappast öka förståelsen. Men en kort orientering om begreppet regression bör kunna delgivas eleverna. Man kan demonstrera några statistiska material med inritade regressionslinjer. Skall någon numerisk karakteristika nämnas i sammanhanget, är det väl lämpligast regressionskoefficienten eller korrelationskoefficientens kvadrat. Deras betydelse har man i alla fall någon möjlighet att förklara för eleverna.

Önskvärt vore, att också en lektion kunde ägnas åt missbruket av statistik. Tillräckligt med material till en sådan lektion kan lätt hämtas ur Darrell Huffs utmärkta lilla bok (se litteraturförteckningen), eventuellt kompletterad med exempel från en dagstidnings ledare, artiklar och annonser. Slutligen må nämnas, att statistiken synnerligen väl kan utnyttjas till frivilligt enskilt arbete. Någon svårighet att här finna trevliga arbetsuppgifter föreligger icke.

Här skall nu de avsnitt, som omfattar sannolikhetskalkyl och statistik, granskas i följande läroböcker[1]: Sjöstedt, Algebra för gymnasiet (St), Hedström-Rendahl-Ekbom, Algebra och plangeometri (HR), Hjalmar Olson, Algebra och planimetri (HO) och Fredrik Ehrnst, Matematik för reallinjens biologiska gren (FE). De inom parentes satta beteckningarna användes i fortsättningen. För undvikande av upprepningar är granskningen uppställd så, att olika avsnitt av kursen diskuteras parallellt i de olika läroböckerna.

De utförligaste framställningarna av sannolikhetskalkylen återfinnes i FE och HO. I FE framhäves den klassiska definitionens begränsning, och en definition byggd på frekvenskvoter ges. Förf. har lyckats få med det väsentliga, även om framställningen borde ha komplette-

[1] C. E. Sjöstedt, Algebra för gymnasiet, II M Matematiska grenen, Gleerups förlag, 1954, 57 s., kr. 2: 25; Hedström/Rendahl/Ekbom, Algebra och plangeometri 2 för reallinjens matematiska gren, Nionde upplagan omarbetad av L. Ekbom. Sv. Bokförlaget/Bonniers, 1956, 71 s., kr. 2: 75; Hjalmar Olson, Algebra och Planimetri för gymnasiet 2. Femte omarbetade uppl., Sv. Bokförlaget/Norstedts, 1955, 42 s., kr. 3: —; Fredrik Ehrnst, Matematik för reallinjens biologiska gren, Almqvist & Wiksell, 1955, 188 s., kr. 9: 50.

rats med några anmärkningar om den axiomatiska metoden. FE innehåller ej heller några onödiga hasardspelsproblem, vilket får räknas som en förtjänst. I HO definieras också sannolikheten som gränsvärde för frekvenskvoter, men den klassiska definitionen säges felaktigt vara ett specialfall av den givna definitionen. I HR är kommentarerna ytterst kortfattade och ger strängt taget bara den klassiska definitionen. Även St bygger helt på denna. Svårigheterna med denna begränsning framträder härvid mycket klart i St. Det påpekas, att vid beräkningen av antal möjliga och gynnsamma fall bör man noga se till, att man får »jämförliga» fall. Någon förklaring av vad som förstås med »jämförliga» fall ges emellertid ej och är inte heller så lätt att ge. Redan i det sjunde övningsexemplet, där man skall beräkna sannolikheten för att ett nyfött barn skall vara gosse, är man utanför den givna definitionen.

Utifrån kursplanens anvisningar har läroboksförfattarna sett som sin uppgift att kortfattat orientera om beräkning av statistiska karakteristikor. Om härvid det behandlade statistiska materialet är att uppfatta som ett stickprov eller en population diskuteras ej i någon av läroböckerna. Detta framgår även av de använda beteckningarna. Det är vedertagen praxis att låta σ och s beteckna populationens respektive stickprovets standardavvikelser. (Populations- respektive stickprovskarakteristikor betecknas med grekiska respektive kursiverade latinska bokstäver.) I samtliga läroböcker användes beteckningen σ, även där ett uppenbart stickprov föreligger. I HR och St meddelas dessutom den normala frekvenskurvans ekvation, varvid även här σ användes. Det ligger då nära till hands för eleverna att tro, att vad de beräknat, är just denna storhet. Enbart detta visar, hur viktigt det är, att klart skilja mellan stickprov och population.

I samtliga läroböcker utom i FE härledes algebraiska formler för räkning med provisoriskt medelvärde. Dessa härledningar är rätt långa och svåra för eleverna, ovana som de är vid summationstecknet. Metoden är ju tämligen självklar och för övrigt känd från fysiklaborationerna, varför någon algebraisk motivering ej är nödvändig.

Kursen skall även omfatta något om felberäkning. Det har ofta men med föga resultat påtalats av statistiker, att de flesta framställningar av felkalkylen helt bortser från den moderna statistikens utveckling och terminologi. Allsköns »fel» brukar anges, utan att det framgår vad som avses härmed. I själva verket gäller det alltid statistiska variabler, vilkas spridning uppskattas med standardavvikelsen. Någon annan terminologi behövs ej. Denna olyckliga tradition präglar också de här granskade läroböckerna utom möjligen FE, där frågeställningen emellertid berörs mycket knapphändigt. I skolkursen kan det bara bli fråga om att uppskatta medelvärdet med

dess konfidensintervall $\bar{x} \pm \lambda s/\sqrt{n}$. Eventuellt kan man kalla $s/\sqrt{n}$ för medelvärdets medelfel, men det är fullkomligt onödigt, då man redan har termen standardavvikelse. Att införa beteckningen ε strider mot den ovan refererade beteckningsprincipen.

I St ges i detta sammanhang förklaringen »man kan visa att det sannolika värdet ligger mellan $M-\sigma/\sqrt{n}$ och $M+\sigma/\sqrt{n}$». Denna dunkla förklaring förtydligas dock senare, då det anges, att motsvarande konfidenssannolikhet är $^2/_3$. I HO omnämnes både kvadratiska medelfel hos de särskilda observationerna och för medelvärdet, varvid två uttryck anges för det första medelfelet, av vilka det ena väl skall vara det teoretiska det andra den till stickprovet hörande standardavvikelsen. Förf. avstår klokt nog från att försöka klargöra innebörden i den använda terminologin. I HR säges σ vara »ett mått på metodens noggrannhet dvs. på sannolika (!) avvikelsen mellan M och det verkliga värdet». Senare anges emellertid tre olika konfidensintervall med motsvarande sannolikhetstal. En brist hos FE på denna punkt är, att det ej klart utsäges, att $\sigma/\sqrt{n}$ är medelvärdets medelfel (standardavvikelse).

Behandlingen av begreppet korrelation har i St, HR och HO blivit alltför starkt knuten till korrelationskoefficienten. Endast i FE omnämnes regressionslinjerna, och korrelationskoefficienten uppträder endast i periferin. Det talas i böckerna om »samband», men vad som i detta sammanhang förstås med »samband» klargöres ej. »Ofta finns det mellan ett par eller flera av dessa olika egenskaper vissa samband, korrelationer» (HO). »Om punkterna däremot ligger samlade kring en rät linje, råder ett samband eller en korrelation» (HR). Utan att nämna regressionskurvan går det ej heller att förklara, att det gäller ett samband mellan den ena variabeln och den andra variabelns medelvärde. I HR och HO sättes också likhetstecken mellan linjärt samband och samband. Härtill är naturligtvis korrelationskoefficienten skuld, ty den har ju endast någon mening, då linjär regression föreligger. Även här är det olyckligt, att läroböckerna ej klart skiljer på stickprov och population.

Några detaljanmärkningar till HR och HO. I HR i fig. 21 konstrueras en frekvenspolygon ur ett histogram genom sammanbindning av mittpunkterna på rektanglarnas översidor. Detta är möjligt endast vid lika klassbredder, vilket borde framhållas. Det är vidare histogrammets yta, som delas mitt itu av en rät linje genom medianen, ej frekvenspolygonens! Beteckningen standarddeviation står ej upptagen i Nordisk Statistisk Nomenklatur. Kurvorna i fig. 23 är ej normala frekvenskurvor. I HO omnämnes sannolikhetskalkylens multiplikationssats, men termen »oberoende händelser» förklaras ej. Att alternativt kalla medianen för »sannolika värdet» är mycket olämpligt

liksom beteckningarna »sannolikhetskurvan» och »nålkurvan» för den normala frekvenskurvan.

Om någon av de här diskuterade läroböckerna skall framhållas före de övriga är det utan tvekan FE. Framställningen är visserligen något knapphändig och skulle kunna kompletteras med en diskussion av inferensproblemet enligt ovan, men den är i sak riktig. Övriga läroböcker skulle vinna på en omarbetning.

De nya kursmomenten sannolikhetskalkyl och statistik ställer stora krav på matematiklärarna. Kurserna kan bli av stort värde, men detta förutsätter, att lärarna verkligen sätter sig in i statistikens metoder. Man får hoppas, att kurser liknande den, som nyligen hållits i Stockholm, ordnas i den utsträckning det är möjligt. Framför allt bör undervisning i statistik anordnas för lärarekandidaterna vid provårsläroverken.

Under de sista tio åren har ett mycket stort antal läroböcker i statistik och sannolikhetskalkyl publicerats. Man kan lätt orientera sig inom denna läroboksflora genom att studera bokanmälningssidorna i Elementa, där de viktigaste böckerna finnes anmälda. Här följer en kort förteckning över några lätt åtkomliga böcker och artiklar, som kan vara av nytta för matematiklärarna i detta sammanhang.

G. Blom, Att vara eller icke vara statistiker ... Elementa 36 (1953), 221.
W. Dixon - F. Massey, Introduction to statistical analysis, McGraw-Hill Book Company, New York 1951.
H. Cramér, Sannolikhetskalkylen och några av dess användningar, Hugo Gebers förlag, Uppsala 1949.
G. Elfving, Det matematiska sannolikhetsbegreppet. Elementa 30 (1947), 19.
— Matematisk statistik — problem, metoder och tillämpningar. Elementa 30 (1947), 209.
P. G. Hoel, Introduction to mathematical statistics. Second edition. John Wiley and Sons, New York 1954.
D. Huff, How to lie with statistics, Victor Gollancz Limited, London 1954.
A. M. Mood, Introduction to the theory of statistics, McGraw-Hill Book Company, New York 1950.
M. J. Moroney, Facts from figures, Penguin Books, London 1951.
Nordisk statistisk nomenklatur, Köpenhamn 1954.

Formeln för ammoniak

Av lektor Bertil Englund, Uppsala

I det skriftliga examensprovet i kemi på kemisk-teknisk linje i praktisk realexamen gåvos vt 1956 bl. a. följande uppgifter:

Angiv fullständiga reaktionsformler, då följande ämnen reagera med varandra:

$AlCl_3 + NH_4OH =$

.....

$AgCl + NH_4OH =$

I kursen ingår kvalitativ analys, och uppgifternas innehåll och svårighetsgrad äro säkert mycket lämpliga. Men formuleringen kan ge anledning till funderingar.

Är NH_4OH ett *ämne*? Den kryoskopiskt bestämda jämviktskurvan för det binära systemet H_3N—H_2O visar två »pucklar» (två temperaturmaxima), nämligen vid —78°, motsvarande sammansättningen $2\,H_3N, H_2O$, och vid —77°, motsvarande H_3N, H_2O. De vid dessa punkter existerande bottensubstanserna äro vita, obeständiga kristaller. Deras analytiska sammansättning passar som synes mot en oxid $(H_4N)_2O$ och en hydroxid H_4NOH. De nämnas stundom med dessa namn och formler.

I en rätt omfattande teoretisk studie över protonförflyttning mellan atomgrupper har Wiberg (Z. ph. Ch. (A) *143*, 110, 1929) kommit till resultat av intresse för den här ställda frågan. Han framhåller klart, att »halvhydratet» $(2\,H_3N, H_2O)$ inte kan ha en struktur som en oxid, och han finner beträffande »ammoniumhydroxiden», att den endast är beständig i närvaro av vatten och då endast i form av sina joner. Konstitutionen hos (H_3N,H_2O) anges motsvara ett hydrat. Det kan betraktas som ett mellanled, då jonerna bildas i en lösning av ammoniak i vatten:

$$H_3N + H_2O \rightleftarrows (H_3N, H_2O) \rightleftarrows H_4N^+ + OH^-$$

Att en elektronstruktur med vanliga kovalenta bindningar inte kan ställas upp för en »ammoniumhydroxid» har ju länge varit känt — se t. ex. Elementa, *28*, 74 o. följ., 1945. På senare tid har vätebryggans (vätebindningens) roll vid uppbyggandet av molekyler och kristaller tilldragit sig stor uppmärksamhet. Det finns två möjligheter att få vätebrygga mellan en ammoniakmolekyl och en vattenmolekyl, nämligen

N—H...O och N...H—O

(Den vanliga kovalensbindningen, elektronparet, anges med ett valensstreck på vanligt sätt, vätebryggan markeras med den prickade linjen). I en översikt (Chem. Weekblad *43*, 401, 1947) visa de nederländska forskarna Van Velden och Ketelaar, att den sist nämnda bindningstypen föreligger i en lösning av ammoniak i vatten: kväveatomen är en bättre »acceptor» för protoner än syreatomen (mera basisk m. a. o.), och OH-gruppen är en bättre »donator» än NH-gruppen. Deras slutsats är, att *ett hydrat av ammoniak existerar i lösningen, och att »ammoniumhydroxid» inte existerar!*

Formuleringen NH_4OH i examensuppgiften är emellertid en god ledning för formelskrivningen för reaktionen med $AlCl_3$, eftersom denna formulering ger de skrivande ett tips, att OH^--joner kunna uppbringas för att ge fällningen $Al(OH)_3$. Ett faktum är ju, att också mera rutinerade formelskrivare än 15-åringarna i realexamen ofta tveka, hur de skola skriva »reaktionen mellan att aluminiumsalt och ammoniak». Ty i regel ge väl nutida läroböcker det beskedet, att ammoniak har formeln H_3N eller NH_3 — det syns mig alldeles likgiltigt om H eller N skrives först.

I frågan om upplösning av AgCl i ammoniak måste formuleringen NH_4OH kunna bli direkt vilseledande. Denna reaktion innebär utan tvivel att ammoniakmolekyler H_3N koordineras till silverjonen under bildning av komplexet $Ag(H_3N)_2^+$ (se t. ex. Häggs reaktionslära eller Nylén-Wigrens exempelsamling). Det är mycket naturligt, om unga examinander med den makt över tanken, som formler ha, lockas att skriva

$$AgCl + NH_4^+OH^- \rightarrow AgOH + NH_4^+Cl^-$$

lyckligt okunniga om att kloriden är 100 gånger så svårlöslig som hydroxiden.

Om man vill ansluta formelskrivningen till modern uppfattning om »ämnena», äro enligt min tanke följande beteckningar lämpliga:

H_3N för ammoniak i allmänhet, särskilt om molekyler i gasform eller i lösning åsyftas,

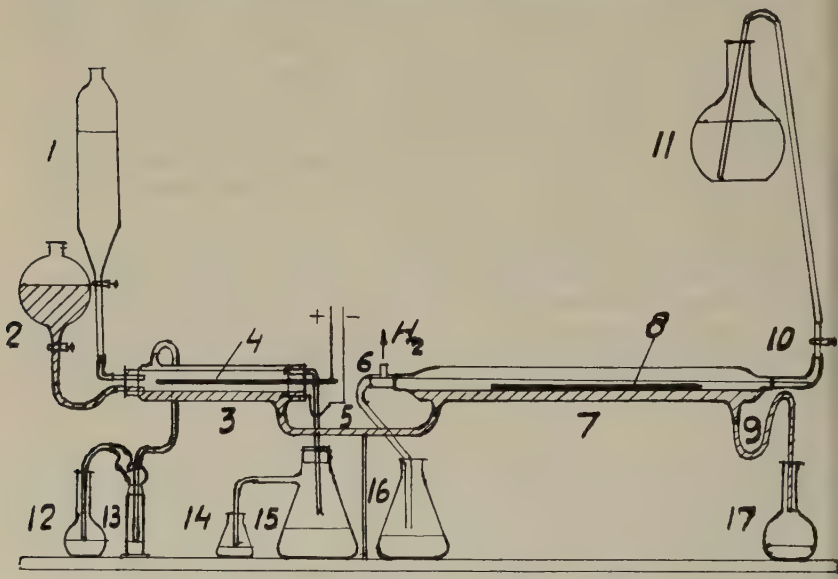
$H_4N^+OH^-$ för ammoniaklösning vid jonreaktioner i vatten.

Det vore lyckligt, tror jag, om skrivsättet NH_4OH (eller H_4NOH) kunde få lämna den pedagogiska jorden, och det är förvånande att finna det i ett officiellt examensprov i år — men där spökar ju också det numera avlidna likhetstecknet som tecken för att något annat bildas.

Framställning av klor och alkali enligt kvicksilvermetoden (laboration)

Av civilingenjör Karl Eriksson, Härnösand

Klor och alkali tillverkas i Sverige på elektrolytisk väg endast enligt kvicksilvermetoden. En laboration, som direkt återspeglar fabriksmetod och som kan utföras med sådan enkel materiel, vilken vanligen finns på laboratoriet, kan göras med anordning enligt figuren.



Anordning för alkalikloridelektrolys enligt kvicksilvermetoden

1. Kärl, upphängt i stativ, för mättad NaCl-lösning. Tillförseln av NaCl-lösning regleras med kiken.
2. Kärl, upphängt i stativ, för kvicksilver. Tillförseln av kvicksilver regleras med kiken, så att kvicksilvret strömmar ut droppvis.
3. Elektrolysrum eller primärcell av kylare, diam. 4 × längd 32 cm. Kylareröret sättes upp medelst två stativ och förses med proppar av kautschuk.
4. Anod av båglampskol, diam. 1,3 × längd 34 cm.
5. Förbindning av kraftig slang, som ev. stödes på mitten medelst en bräda e. d.
6. T-rör.

7. Amalgamsönderdelningsrum eller sekundärcell av kylare, diam. 4 × längd 68 cm. Kylarerörets vilar i klämmare på två stativ. Det bör liksom (3) luta något åt höger.
8. Två kolstavar, diam. 1 × längd 21 cm, lagda efter varandra. Kolstavarna bildar med amalgamet ett lokalelement

$$-\text{Na, mHg/NaOH/H}_2\text{ (grafit)}+,$$

som underlättar amalgamets sönderdelning.
9. Förbindning av slang, som vilar i klämmare på stativ. Genom att höja eller sänka slangen ställer man in kvicksilver- och amalgamnivåerna på lämplig höjd. Katodens yta bör vara ca 0,5 dm². Avståndet mellan anoden (4) och katoden, dvs. kvicksilverytan, bör vara 5—8 mm.
10. Kik för reglering av vattentillförseln till sekundärcellen. Den fastsättes i klämmare, som sitter på stativ, vilket uppbär kärl 11.
11. Kärl med destillerat vatten, som uttages medelst hävert.
12. Kärl med NaOH-lösning för upptagande av klor. Kärlet får ej proppas, ty systemet måste vara öppet.
13. Tvättflaska med konc. svavelsyra. Rörets mynning är omedelbart ovanför svavelsyrans yta. Doppar man ned den några mm under svavelsyrans nivå, vilket kan göras under kortare perioder, måste man täppa till nedan nämnda vätskelås, ty eljest går all bildad klor till (15).
14. Kärl med NaOH-lösning för upptagande av klor, som följer med elektrolyserad NaCl-lösning. Proppen, som bör vara av kautschuk, förses med skåra på sidan, så att luften slipper ut.
15. Kärl för uppsamling av elektrolyserad NaCl-lösning. Kärlet förses med propp av kautschuk eller paraffinerad kork.
16. Kärl för uppsamling av NaOH-lösning.
17. Kärl för uppsamling av kvicksilver och ej sönderdelat amalgam. En kork i kärlets mynning förses med skåra på sidan.

Elektrolyserad saltlösning rinner ur primärcellen (3) genom glasrör med slang, som mynnar i kärl (15). Slangen böjes, så att man får ett vätskelås (ej inritat i figuren). Övre delen av detta lägges i klämmare på stativ. Klämmaren inställes i höjdled, så att saltlösningens nivå i primärcellen kommer på lämplig höjd.

Strömmen ledes till kvicksilvret i (3) medelst en spik, som slås in genom kautschukproppen och som böjes något nedåt på insidan, så att man får god kontakt med kvicksilvret.

Laborationen tar två lektionstimmar. Sedan fönster öppnats och evakueringsfläktar startats, sätter man i gång anläggningen, som får gå ca en halv timme eller längre, innan man gör mätningar. Under tiden instrueras eleverna, varjämte dessa får rita av anordningen.

Strömstyrkan inställes på ca 10 A, vilket ger en strömtäthet på ca 20 A/dm² katodyta. Man kan använda ström med så hög styrka, att strömtätheten får samma värde som i praktiken. För bestämning av utbyte etc. mäter man under ca 10 minuter strömstyrkan (A), cellspänningen (V) och mängd bildat alkali. Mängden alkali fås genom titrering av lösningen i (16) och av kvarvarande amalgam i (17). Till (17) sättes vatten, man skakar kraftigt, tillsätter fenolftalein och titrerar med saltsyra. Detta upprepas några gånger. Mängden klor, som är besvärlig att mäta, beräknas ev. på grundval av mängden alkali. Man bestämmer strömtäthet, strömutbyte med avseende på alkali och antal kWh/kg NaOH.

Förf. har utfört elektrolysen av koksalt i den här beskrivna apparaten ett tiotal gånger med gott resultat. Häller man tillbaka kvicksilvret från (17) till (2) och ser till att saltlösningen i (1) inte tar slut, kan anläggningen köras »kontinuerligt».

Exempel på försöksvärden:

Strömstyrka: 10 A. Cellspänning: 5,5 V. Katodyta: 0,56 dm². Mättid: 10 min. Erhållen mängd alkali: 0,057 gekv = 2,28 g NaOH. Alltså blir strömtätheten 10/0,56 = 18 A/dm², strömutbytet 0,057/(6000/96500) = 92 %, energiförbrukningen (5,5 · 10 · 0,600/3600)/0,00228 = 4,0 kWh/kg NaOH.

Notiser

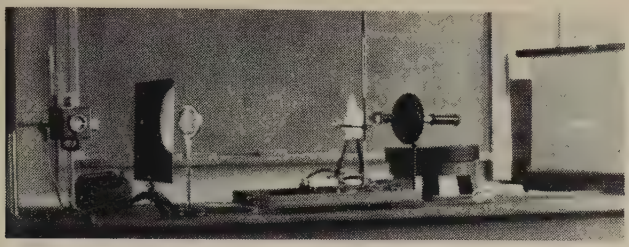
Natriumlinjens omvändning

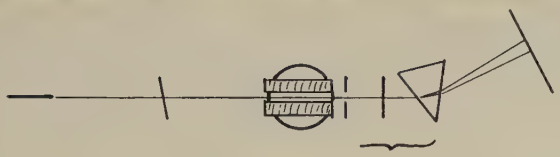
kan demonstreras och göras väl synlig för en hel klass med följande anordning.

A är en båglampa, som eventuellt kan ersättas med en projektionsglödlampa (6 V, 30 W), B en samlingslins med ca 25 cm brännvidd. Såsom figuren utvisar är den ställd snett i förhållande till strålriktningen och lämnar därigenom en utbredd bild, som täcker spaltöppningen. Strålknippet från B bör gå fram 1 à 2 cm över de båda asbestplattorna, som ligger på en stativring C ca 2 cm från varandra. Plattorna är från början indränkta med NaCl-lösning. För uppvärmning av dessa användes två kraftiga Teclu-brännare. D markerar kollimator och prisma i ett spektroskop (kikaren alltså antingen helt borttagen eller ersatt med en positiv lins med styrkan ³/₄ à 1 dioptrier). Följande bör iakttagas vid apparatinställningen:

1. Samtliga apparater injusteras i höjdled, så att strålgången blir parallell med bordet. 2. Båglampan tändes och spektroskopets kollimator injusteras i sidled, så att ett kraftigt kontinuerligt spektrum erhålles på skärmen. 3. Båglampan släckes och Teclu-brännaren tän-

des, varefter kollimatorns lins inställes så att Na-linjen på skärmen blir så skarp som möjligt. Ett oeftergivligt villkor för att man skall lyckas är att Na-linjen då framträder fullt tydlig på skärmen. 4. Då både båglampa och Teclu-brännarna är tända, får man nu ett spekt-





Den övre bilden visar anordningen på lektionsbordet, den undre är en schematisk bild av apparaterna sedda uppifrån.

rum, där Na-linjen framträder något förmörkad, när ljusknippet från båglampan passerar Na-lågan. Om man sedan med ett vanligt glasrör som pipett tar ett par cm^3 NaCl-lösning och därmed fuktar den ena eller båda asbestplattorna, mörknar Na-linjen i spektret och framträder under åtminstone 15 à 30 sekunders tid fullt tydlig för hela klassen.

Såsom Na-salt användes vanligt koksalt och har man kraftiga Teclu-brännare, finns ingen anledning att välja något annat salt. Om brännarna är svaga, kan man använda natriumtiosulfat (fixersalt), men man besväras då av otrevliga svaveldioxidgaser.

A. Jenvall

Jordens og månens rotation om et fælles tyngdepunkt

M og m er to trækugler (radier 7 og 3 cm), fastgjort til en træstang af godt 40 cm længde. Der er boret et hul i M, og inde i hullet befinder sig et tørelement. Hullet er lukket med en prop; man har ordnet det sådan, at M:s masse er fem gange massen af m. Man kan ganske groft kontrollere det, ved efter tur at holde den ene kugle i hånden, anbringe den anden kugle på en brevvægt og aflæse dennes udslag.

L er en lille pære af den slags, som anvendes i elektriske legetøjstog. Den kræver spændingen 1,5 volt, og den fås fra elementet inde i kuglen; det er et Hellesen-element, der hedder Unpen.

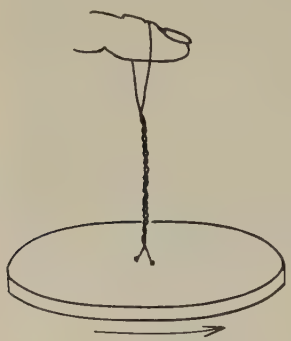
Fra midten af træstangen fører en kobbertråd op til en boremaskine. Man giver sig til at dreje rundt på håndsvinget, så kuglerne kommer i rotation. Den lille pære L kan forskydes på træstangen, og den flyttes til en sådan stilling, at den ses som et lysende punkt, når kuglerne roterer. Pæren må angive det fælles tyngdepunkt. — Man måler de to afstanden R og r mellem tyngdepunktet og kuglernes centre. Det viser sig, at der gælder $M \cdot R = m \cdot r$, hvor M og m nu er de to kuglers masser.

Også jorden og månen roterer om et fælles tyngdepunkt. Sætter man jordens masse $M = 79\ m$ ind i ligningen $M \cdot R = m \cdot r$, og benytter man sig af, at $R + r = 60$ (jordradier) får man, at afstanden R fra jordens centrum til det fælles tyngdepunkt er $^3/_4$ af jordens radius. Det fælles tyngdepunkt ligger altså inde i jordkloden.

Frode Hjerting

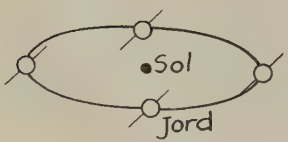
Et roterende legemes omdrejningsakse holder sig konstant

Til forsøget er anvendt et tungt smørrebrødsbræt med en diameter på ca 15 cm. Inde omkring centrum er boret to huller med godt 1 cm afstand. Et stykke snor af længden 80 cm er stukket gennem hullerne, og snor-enderne er bundet sammen.



Den ene hånds pegefinger stikkes ind i snoren, og med den anden hånd sætter man skiven i rotation i pilens retning. Skiven svinges rundt i luften, men det viser sig, at pladen stadig er i et vandret plan. Et roterende legemes omdrejningsaske er altså overordentlig stabil.

Også efter at skiven har standset sin rotation, kan man svinge træpladen rundt. Nu ser man, at skiven vipper op og ned, således at træpladens plan stadig ændrer stilling.



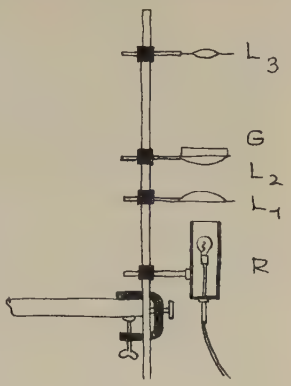
Forsøget illustrerer, at når jordaksen i årets løb bevarer sin retning, må man søge årsagen i jordens rotation om sin akse.

Frode Hjerting

Diffus spredning af lyset

Med den af lektor Englund i forrige hæfte af Elementa, *39* (1956), omtalte væskeblanding med samme brydningsindex som glas, kan følgende forsøg foretages.

På figuren betyder R en reuterlampe, som sender lys gennem kondensorlinserne L_1 og L_2 hen på et lysbillede G. Man flytter på linsen L_3, til man får et tydeligt billede af G på loftet. Billedet skal helst bestå af en mængde tal eller bogstaver.



Nu lægger man en matglasplade over G med den ru side øverst. Man kan ikke mere se billedet på loftet. (Hvis det stadig kan skimtes, flytter man lidt på L_3.)

Grunden til, at billedet ikke mere kan ses, er naturligvis den, at lyset spredes diffust i matglaspladens ru overflade. Dersom man anbringer en vanddråbe oven på matglaspladen, bliver dennes ujævnheder fyldt ud med vand. Alligevel ser man kun meget dårligt, hvad billedet under vanddråben skal forestille. Der sker stadigvæk en diffus spredning af lyset, nemlig når det går fra glas til vand.

Kommer man endelig en dråbe på matglaspladen af den væske, som har samme brydningsindex som glas, kommer tallene eller bogstaverne tydeligt frem. Nu sker der ikke mere en diffus spredning.

Frode Hjerting

Fluorvätesyrans styrka vid olika temperaturer

Fluorvätesyrans dissociationsgrad växer, då temperaturen sjunker, emedan jonisationen är exotermisk.

För att få ett provrör av glas användbart för ett försök med fluorväte rekommenderar den författare, vars redogörelse jag följer men vars namn har fallit mig ur minnet, att fylla provröret med en lösning av celluloid i aceton, att hälla ut lösningen och låta den lösning som häftar vid provrörets insida indunsta. Metoden är enligt min erfarenhet alldeles olämplig, ty den bildade celluloidhinnan lossnar från väggen och måste förnyas redan efter ett försök. Ett tunt skikt av paraffin är alldeles tillräckligt genomskinligt och obegränsat hållbart. Paraffinet bör vara rätt svårsmält.

I ett förförsök visar man att vatten av metylviolett — en indikator vars omslagsintervall ligger mellan pH=0 och pH=2 — färgas violett och vid tillsats av växande mängder saltsyra först blir blått och till sist grönt. Till huvudförsöket använder man ett paraffinerat provrör,

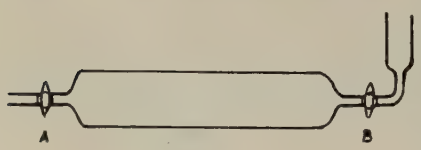
som beskickas med efter ögonmått 1 ml av handelns fluorvätesyra och med lika mycket metylviolettlösning. Därefter späder man med ljumt vatten, som är 5—10° C under paraffinets smältpunkt, tills färgen blir rent blå men fortfarande kraftig. Därpå nedsättes provröret i en bägare med isvatten, så att hälften av lösningen befinner sig under vattenytan. Efter några minuter har den avkylda delen av syran blivit grön och med en skarp gräns skild från den övre blåa delen. Färgmotsättningarna är ej särskilt skarpa men alldeles otvetydiga.

I detta sammanhang är det skäl att fästa läsarens uppmärksamhet på en artikel av Linus Pauling med titeln »Why is hydrofluoric acid a weak acid», som ingår i 1956 års januarihäfte av Journal of Chemical Education, sid. 16. Förhållandet, som i förstone kan förvåna i betraktande av fluorens starka elektronegativitet, får sin förklaring av värdena på de fria energierna pr mol, då gasformigt väte och gasformig fluor förenas till vattenlösningar av å ena sidan väte- och fluorjoner, å den andra av fluorvätemolekyler. Vid en jämförelse med motsvarande värden för de övriga halogenerna visar det sig att skillnaden mellan de båda fria energivärdena, tagna i ovannämnda ordning för fluor är positiv, men för de övriga halogenerna negativ. Härav förklaras att fluorväte är den svagaste, jodväte den starkaste av halogensyrorna. Sjätte gruppens vätesyror bilda en fullständig motsvarighet härtill; styrkan av H_2O, H_2S, H_2Se, H_2Te växer, så att vätetellurid är 10^{13} ggr starkare än vatten, $2 \cdot 10^1$ ggr starkare än svavelväte och $1{,}4 \cdot 10$ ggr starkare än selenväte. En närmare redogörelse för Paulings uppsats måste anstå; den förändring av syrans jonisation som demonstreras i försöket här ovan är ett korollarium till hans ungefärligt värde. *G. Starck*

Bestämning av etylen i lysgas

Principen är att bringa en känd volym lysgas i beröring med ett överskott av bromvatten, varvid etylen upptar 2 atomer brom pr mol under bildning av etylenbromid, samt att bestämma ej absorberad brom jodometriskt.

Den apparat, som jag har använt, är gjord av en 200 ml pipett, som försetts med kranar och på den ena sidan med ett trattrör enligt figuren. Först bestämmes volymen mellan kranarna med hjälp av vatten, som tömmes ut i en god mätcylinder. Därpå monteras apparaten i horisontell ställning i ett stativ, kranen A förenas med gasledningen, trattröret tillslutes med en



kork med ett kort avledningsrör, kranen B öppnas och gasen tändes vid avledningsröret. Efter några sekunder, då kolven kan anses vara fylld med lysgas, stänges kranen B och därefter A. Gasledningen frånkopplas, trattröret beskickas med 20 ml ca 0,05 N bromvatten, kranen B öppnas och därefter A. När bromvattnet har runnit ned i kolven, stängs båda kranarna. Tratten spolas med 5 ml vatten, som nedföres i kolven på samma sätt. Kranarna stängs omedelbart. Utan att borttaga apparaten från stativet vaggar man den fram och tillbaka 5—10 minuter. Med kolven i lutande ställning tömmer man ut bromvattnet (kvantitativt!) i en titrerkolv innehållande 1 g kaliumjodid. Joden bestämmes genom titrering med tiosulfat och jämföres med titern av den ursprungliga bromlösningen. Härav beräknas antalet molekyler etylen och genom multiplikation med 22 400 dess volym i ml vid 0° och 1 atm. Vi måste alltså reducera lysgasens volym till NTP, dvs. bestämma dess temperatur och tryck. Från kärlets volym skall frändragas 25 ml, om denna volym bromvatten + vatten tillsatts. Huru med trycket skall förfaras är i någon mån ovisst. Lysgasen är själv något fuktig men hur mycket? Sannolikt blir det mycket liten skillnad, om man från barometerståndet drar vattenångans maximitryck eller en del därav.

Vid ett lektionsförsök erhölls en etylenhalt av 2,9 %. På en fråga hos Stockholms gasverk, svarades att man numera inte bestämmer etylen för sig, endast »tunga kolväten», och angavs 3 % som ett ungefärligt värde. *G. Starck*

Aktuellt

Kurs i funktionslära

Den 8—11 augusti anordnade Kungl. Skolöverstyrelsen, Svenska nationalkommittén för matematik och Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning i Stockholm en kurs i funktionslära för gymnasielärare. Initiativet till kursen hade tagits av Svenska nationalkommittén för matematik, som har en särskild underkommitté för undervisning, vilken bl. a. arbetar för ökad kontakt mellan skolornas och universitetens lärare. Kursen möjliggjordes genom ett särskilt statsbidrag. I kursen, som var förlagd till Kungl. Tekniska Högskolan i Stockholm, deltog ett 60-tal läroverkslärare varjämte universitet och högskolor var representerade genom ett 10-tal deltagare.

Kursen öppnades av undervisningsrådet C.-E. Sjöstedt varefter följde en diskussion om målsättningen för gymnasiets matematikundervis-

ning med inledningsanförande av undervisningsrådet Sjöstedt, professor G. Borg och fil. lic. K.-O. Faxén. — Undervisningsrådet Sjöstedt framhöll att matematikens självändamål inte får glömmas även om man självfallet vid valet av kursinnehåll måste ta hänsyn till behovet av matematik i andra ämnen och kraven från olika vidareutbildningsanstalter. Han förutsåg att en omläggning av skolans matematikkurser kommer att bli aktuell i en nära framtid, och ansåg att framförallt realskolans kurs då måste ökas så att matematiken där åtminstone får tillbaka sin ställning från före 1933. — Professor Borg redogjorde för Tekniska Högskolans undervisningsprogram i matematik. Han framhöll vidare vikten av en omfattande kurs i funktionslära på gymnasiet och betonade även betydelsen av att de studenter, som kommer till högskolan, besitter en tillräcklig formell färdighet. I fortsättningen förklarade han att han inte kunde ansluta sig till den nyligen framförda uppfattningen att de tekniska högskolorna skulle vara i stort sett oberoende av gymnasiekursens utformning. — Fil. lic. Faxén omtalade att handelshögskolorna mottar ett mycket inhomogent studentmaterial från gymnasiets alla grenar och berörde de undervisningsproblem detta medför, vilka är särskilt svåra eftersom utbildningen väsentligen måste bygga enbart på de matematikkunskaper studenterna skaffat sig i skolan. För studiet av nationalekonomiska problem är förståelsen för det allmänna funktionsbegreppet särskilt betydelsefull.

I fortsättningen av kursen behandlades i olika föreläsningar speciella områden av den grundläggande analyskursen sådan den behandlas vid universiteten. Dessa föreläsningar följdes av föredrag och diskussioner om den pedagogiska behandlingen av motsvarande moment i gymnasiekursen. Sålunda föreläste laborator H. Rådström och lektor S. Hilding om funktionsbegreppet, professor Å. Pleijel och lektor S. Hilding om gränsvärdesbegreppet, lektor L. Sandgren och lektor K. Dagerholm om derivatabegreppet, samt docent O. Hanner och lektor F. Ehrnst om yt- och integralbegreppet. Laborator B. Kjellberg behandlade i en föreläsning exponential- och logaritmfunktionerna och deras betydelse för biologiska och samhällsvetenskapliga studier.

Den sista delen av kursprogrammet upptog ett par allmänna frågor. Sålunda talade lektor E. Knave om matematiken i gymnasiets fysik- och kemikurser. I den efterföljande diskussionen yttrade sig bl. a. undervisningsrådet Sjöstedt och redogjorde för uppläggningen av trigonometrikursen på den biologiska grenen med hänsyn till fysikens krav. Genom föredraget och olika yttranden i diskussionen belystes bl. a. de svårigheter i fysikundervisningen, vilka orsakas av elevernas otillräckliga matematiska kunskaper.

Kursen avslutades med en livlig diskussion om avvägningen mellan problemlösning och teori på gymnasiet. Diskussionen inleddes av professor O. Frostman, som förklarade att han i stort sett ansåg att de nya gymnasiekursernas utformning innebar en betydande förbättring. Eventuellt är det nödvändigt att i vissa avseenden reformera skrivningarna om inte vinsterna av de nya kurserna skall bli imaginära. Som förbättringsförslag nämndes bl. a.: Antalet rent kunskapskontrollerande problem på skrivningarna bör ökas på bekostnad av de mera knepbetonade. Ingen begränsning av områden på vilka problem gives bör förekomma. Härigenom skulle också möjligheterna minskas att genom problemdrillning utan egentligt kunskapsvärde erhålla goda skrivningsresultat. I samma riktning skulle också verka åtgärden att göra betyget i högre grad än nu beroende av muntligt ådagalagda kunskaper. Professor Frostman redogjorde i detta sammanhang också för erfarenheter från skriftliga kunskapsprov vid Stockholms Högskola. — I den efterföljande diskussionen framförde undervisningsrådet Sjöstedt som sin åsikt att redan med nuvarande ordning ensidig problemdrillning inte lönar sig. Han framhöll också de skriftliga provens betydelse som test och ansåg att de är mera objektiva än de muntliga förhören. Professor Pleijel framhöll som en erfarenhet från censorsuppdrag att det förekommer fall, där överensstämmelsen mellan de muntliga prestationerna och de skriftliga är mindre god. De förra bör i högre grad än nu få inverka på betygsättningen både i positiv och negativ riktning.

Lennart Sandgren

Kurs i matematisk statistik

Med anledning av att i senaste kursplanen för gymnasiets matematikundervisning ingår ett nytt moment omfattande sannolikhetskalkyl och statistik gavs för läroverks- och seminarielärare en fortbildningskurs i matematisk statistik den 13—16 aug. Kursen var anordnad av K. Skolöverstyrelsen efter initiativ av och i samarbete med Föreningen för matematisk-naturv. undervisning. Kursen hölls på K. Tekniska Högskolan; antalet deltagare var ca 60. Huvudföreläsare och ledare av övningarna var fil. lic. Jan Jung. Fil. lic. Jan-Robert Eklind och fil. lic. Tore Dalenius höll vardera en föreläsning.

I de inledande föreläsningarna klargjorde lic. Jung sannolikhetsbegreppet med utgångspunkt från den klassiska definitionen, ur vilken sannolikhetskalkylens additions- och multiplikationssatser härleddes. Det framhölls, att själva sannolikhetskalkylen är en rent »matematisk» modell för vissa slumpartade förlopp, vars värde för praktiska problem är helt beroende av hur väl den uppställda modellen be-

skriver de förlopp som studeras, i analogi med förhållandet mellan teoretisk och experimentell fysik. I den moderna teorin postuleras för ett visst försök existensen av sannolikheter, underkastade vissa räknelagar, och härur kan man rent matematiskt beräkna konsekvenser, som man sedan jämför med verkliga iakttagelser.

I fortsättningen av sina föreläsningar ägnade sig lic. Jung bl. a. åt den beskrivande statistiken. Den komprimering av ett statistiskt material, som erhålles genom beräkning av karakteristikor såsom medelvärde och medelavvikelse utgör i regel en sämre bild av materialet än t. ex. ett histogram. Undantag härifrån utgör de fall, då siffrorna bildar observationsmaterial från en känd fördelning, vanligast normalfördelningen. På grund av den s. k. centrala gränsvärdessatsen kan man vänta sig normalfördelning dels vid vissa typer av observationsfel dels som fördelning för medelvärden av ett stort antal observationer från en godtycklig fördelning, ett förhållande av stor praktisk betydelse.

I skolkursen ingår bl. a. beräkning av korrelationskoefficienten, men då lärjungarna ej har några förutsättningar att bedöma innebörden av denna, varnades för de typer av felslut, som i samband härmed är alltför vanliga. En stark korrelation innebär i och för sig ingen upplysning om kausala sammanhang.

Lic. Eklind föreläste om »Den matematiska statistiken och dess tillämpningsområden» och framhöll bl. a., att nästan all verksamhet grundar sig på observationer (erfarenhet) och då statistiken metodiskt angriper problemen om hur man skall draga slutsatser från delen till det hela, har den kommit att spela en allt centralare roll inom olika verksamhetsgrenar, dels inom forskning, såväl medicinsk, psykologisk, pedagogisk, teknisk, skoglig som social, dels inom mera praktiskt inriktade områden, såsom industri, företagsledning och försvarsplanering.

Lic. Dalenius redogjorde i sin föreläsning för administrativ statistik och stickprovsundersökningar. Han framhöll, att den officiella statistikproduktionen är höggradigt decentraliserad; något egentligt centralt verk finns ej. Redan på 1700-talet ges det exempel på stickprovsundersökningar, men det var ej förrän i slutet av 1800-talet, som stickprovmetoden mera allmänt kom till användning. Sedan 1953 existerar ett särskilt statligt organ, Statistiska centralbyråns utredningsinstitut, som bl. a. har till uppgift att verkställa intervjuundersökningar.

Kursen avslutades med en diskussion över statistikens ställning i skolan. Från högskolehåll framhölls, att endast ringa tid borde användas till att bibringa lärjungarna formell färdighet i vissa beräkningar. Läraren borde i stället försöka framhäva de svårigheter,

som uppträder vid de enklaste statistiska problemen, och de tankegångar, som karakteriserar de statistiska slutsatserna. Mot detta framhölls, att en sådan uppläggning skulle ställa stora krav på lärarna, av vilka flertalet ej har statistisk utbildning. På en punkt syntes enighet råda, nämligen att korrelationsbegreppet var svårt för eleverna. Man borde härvidlag nöja sig med att förklara innebörden och anse själva beräkningen vara av sekundärt intresse.

Karl Dagerholm

Kurs i fysik

har 6—15 augusti hållits i Lund för lärare vid gymnasier och realskolor. Kursen, som anordnats av Kungl. Skolöverstyrelsen, hade till huvuduppgift att genom föreläsningar och laborationer ge deltagarna en inblick i de senare årens utveckling inom elektronik och kärnfysik, som kan vara av värde för skolan. Cheferna för universitetets fysiska institution hade välvilligt ställt lokaler och experimentell utrustning till förfogande. Antalet deltagare måste begränsas till 27. Dessa hade av Skolöverstyrelsen utsetts bland ett 70-tal sökande.

Undervisningsrådet Bengt E. Nilsson, som öppnade kursen, påpekade i sitt hälsningsanförande det stora intresse för en ämneskomplettering av detta slag, som antalet ansökningar givit vid handen samt att Skolöverstyrelsen hoppades bli i stånd att framdeles anordna sådana kurser med kortare tidsmellanrum än vad hittills varit fallet. Som föreläsare tjänstgjorde laborator L. Stigmark, lektor S. Avellén samt undertecknad, som av Skolöverstyrelsen utsetts till kursledare.

Vid föreläsningarna behandlades bl. a. följande ämnen: Grundläggande elektronrörsteori, korta elektromagnetiska vågor, katodstråleoscillografen och den elektroniska omkopplaren, halvledarproblem (speciellt transistorn och termistorn) samt kärnfysikaliska detektorer. Flera av föreläsningarna åtföljdes av demonstrationer. I genomsnitt var fyra timmar varje dag anslagna åt laborationer, varvid deltagarna arbetade i grupper om tre. Som exempel kan följande laborationsuppgifter nämnas: Elektronrörens karakteristikor, några vanliga rörkopplingar, fotoceller, elektronröret som oscillator, försök med katodstråleoscillograf, inducerad radioaktivitet samt radioaktivt sönderfall. Vid laborationerna fungerade som handledare utom de nämnda föreläsarna assistent H. Sköldborn.

En förmiddag ägnades åt institutionen, varvid flera av dess tjänstemän ställt sig till förfogande för föreläsning och demonstration över de olika områden, som är föremål för forskningsarbete. Ett studiebesök å Hörby radiostation ingick även i programmet.

O. Lundquist

Kurs i halvmikroanalys för kemilärare

avhölls under tiden 6—18 aug. 1956 å K. Tekniska Högskolan i Stockholm. Kursen, som anordnades av K. Skolöverstyrelsen, öppnades av initiativtagaren, lektor Bror Gustaver, varefter professor L. G. Sillén i en föreläsning gav en elegant översikt över modern lösningskemisk forskning.

Huvuddelen av tiden ägnades åt arbetet på laboratoriet, där kursens assistenter fil. lic. Georg Biedermann och civilingenjör Kerstin Håstad med stor sakkunskap och aldrig svikande beredvillighet sörjde för att de 25 kursdeltagarna fingo en ingående kännedom om halvmikrometodik. Ett mycket uppskattat inslag var lic. Biedermanns föreläsning om s. k. sällsynta joner samt att deltagarna sedan kunde bekanta sig med de analytiska reaktionerna hos t. ex. titan, molybden, volfram, selen osv. En trevlig demonstration av jonbytare hölls av fru Håstad. Institutionens mångkunnige vaktmästare Frans Ericson belyste frågor om utrustning av laboratorier och gav åtskilliga tips om glasarbeten.

Vid en diskussion dryftade deltagarna sina erfarenheter av kursen med hänsyn till möjligheterna att använda denna metodik i skolorna. Den allmänna meningen tycktes vara, att vi här ha ett värdefullt hjälpmedel vid behandling av reaktionsläran, men att många förenklingar nog måste göras, innan detta kan sättas i händerna på gymnasister. *Bertil Englund*

Studieresa anordnad av Industriens Upplysningstjänst

Industriens Upplysningstjänsts numera traditionella studieresa för läroverkslärare i geografi och kemi hade i år förlagts till det stora industridistriktet omkring Sundsvall. Resan ägde rum under tiden 14—20 juni.

Deltagarna var hela tiden förlagda i Sundsvall. Härifrån gjorde man varje dag bussresor till de olika industrierna.

Första dagen, torsdagen den 14, var ägnad åt skogsexkursion under ledning av förvaltare H. Olsson, Svenska Cellulosa AB (SCA). Man fick här se olika faser av arbetet i skogen.

Även under andra dagen var deltagarna SCA:s gäster. På morgonen visades två av företagets cellulosafilmer, vilka ge en god orientering om vägen från trä till papper. Dessa filmer utlånas för övrigt till skolor för visning för eleverna. SCA:s personalchef, J. Vestberg, gav sedan en översikt över företagets personalförhållanden. Det var intressant att höra, hur mycket arbete och kapital ett modernt storföretag i dag lägger ned på sin personalvård och hur man på olika sätt hjälper de anställda som vill vidareutbilda sig.

Deltagarna besökte därefter Östrands sulfatfabrik och Matfors

pappersbruk och träsliperi (framställning av mekanisk massa). Den förra är en av Europas största massafabriker. Vid Matfors framställes bl. a. en stor del av papperet till våra dagstidningar. Slutligen besågs det nyanlagda Skallböle kraftverk.

Lördagen ägnades först åt besök på Tunadals sågverk. Här anlades 1849 Sveriges första ångsåg. — Färden ställdes därefter till SCA:s forskningslaboratorium strax utanför Sundsvall. Forskningschefen, tekn. dr N. Tydén, gav en resumé över aktuella forskningsproblem inom cellulosaindustrien, varefter deltagarna fick bese de olika forskningsavdelningarna. På eftermiddagen företogs en busstur på Alnön utanför Sundsvall. På vattensågarnas tid var denna ö ett centrum för trävaruindustrien i Medelpad.

Enligt tradition ägnas söndagen under Industriens Upplysningstjänsts studieresor åt kulturhistorisk exkursion. Under sakkunnig och inspirerande ledning av fil. dr Arvid Enqvist åkte man genom Medelpad och upp till det bekanta Döda fallet i Ragunda. Vidare besågs den imponerande nyanlagda laxodlingen just nedanför kraftverket vid Bergeforsen. Här skall man årligen släppa ut cirka en halv miljon laxyngel för att eliminera den nedgång i laxbeståndet som annars hade blivit följden av att de nyanlagda kraftverken i älvarna förhindrar laxarnas lek. — På aftonen förevisade kursledaren, rektor Erik Eklund, ett antal utomordentligt vackra färgbilder från svenska industrier och svensk natur ur det stora bildarkiv, som Industriens Upplysningstjänst innehar. Dessa bilder utlånas till skolor.

Måndagen ägnades åt besök vid Fosatbolagets (Stockholms Superfosfat Fabriks AB) anläggningar vid Ljungaverk och vid Stockvik, vilka demonstrerades av respektive chefer, disponenterna G. Carlsson och N. Fürst. Besöken var särskilt för kemilärarna mycket lärorika. Vid Ljungaverk hade just färdigställts en utställningshall, där de olika faserna i fabrikationerna vid Fosfatbolagets anläggningar (förutom de ovannämnda finnes en fabrik i Trollhättan) demonstreras genom instruktiva diagram och tabeller och genom förevisning av olika råvaror och mellanprodukter. Denna utställning, som skall bli permanent, är synnerligen lärorik. Kemilärare, som befinner sig i dessa trakter, rekommenderas att göra ett besök här.

Ljungaverken kan sägas vara en industri, som baseras på elkraft, vatten och luft. Här framställes bl. a. ammoniak, salpetersyra, ammoniumsalter och konstgödningsmedlet ljungasalpeter, som är en blandning av ammoniumnitrat och finmalen kalksten. Stockviksverken i sin tur har som råvaror kalksten och kol. Ur den erhållna karbiden framställes, förutom kalkkväve, plaster av olika typer; melaminplast (»mepal») karbamidplast (»karbal») och polyvinylklorid (»pevikon»).

Näst sista dagen ställdes färden till Härnösand, där besök dels

gjordes vid Härnöverken (ett Asea-företag), dels vid Tobaksmonopolets fabrik.

Avslutningsdagen besöktes AB Svenska Aluminiumkompaniets anläggning i Kubikenborg, där aluminium framställes elektrolytiskt. I sitt inledningsföredrag påpekade avd.ing. G. Lindberg den enorma ökning i världsproduktionen av aluminium, som ägt rum efter sista kriget, vilket gör att man nu ivrigt söker efter bearbetningsvärda råmaterial för framställning av metallen.

Det var som har framgått ett synnerligen komprimerat program som genomgicks. Tack vare det utmärkta sätt, på vilket allt från början var upplagt, och den omsorg, som nedlades på deltagarnas trivsel såväl av arrangörerna av resan som av de besökta industrierna, blev resan aldrig tröttande.

Det är inget tvivel om att dessa Industriens Upplysningstjänsts studieresor har en stor uppgift att fylla. Utbildningen av kemilärare vid våra universitet och högskolor måste på grund av den ringa tid som står till förfogande (2 à 3 terminer för 2 betyg) bli synnerligen bristfällig. Vardagslivets kemi och den enklare kemiska teknologien genomgås alltför litet. Visserligen har vissa universitetsutredningar förslagit, att medel skall ställas till förfogande för kortare studieresor till industrier, men detta har ännu inte genomförts. — Enligt undertecknads uppfattning är det kemiundervisningens i skolan uppgift att ge eleverna, förutom de för ämnet nödiga grundkunskaperna, den allmänbildning, som ligger i kännedom om hur olika kemiska produkter framställes och om vardagslivets kemi överhuvud taget. För att kunna ge en sådan undervisning är alltså den enskilde läraren hänvisad till att på olika sätt skaffa sig den nödvändiga vidareutbildningen.

Studieresan har sålunda i hög grad berikat undertecknads bristfälliga kunskaper om de tekniska processer han har att behandla vid undervisningen i skolan.

Kursdeltagarna är stor tack skyldiga de olika industrier, som besöktes, och naturligtvis alldeles särskilt arrangörerna av studieresan, Industriens Upplysningstjänst, dess rektor, Erik Eklund, och dennes medhjälpare civilekonom Bengt Eriksson och fru Eivor Hederström.

Stig Andersson

Gradualavhandlingar[1]

YNGVE DOMAR, *Harmonic analysis based on certain commutative Banach algebras.* Acta Math. *96*, 1—66. Disp. i Uppsala den 25 maj 1956. Opponenter: Dr. JOHN WERMER, Providence, R. I., U. S. A., och fil. lic. ARNE NORDLANDER.

Om $f(x) \in L^p(-\infty,\infty)$, där $1 \leq p \leq 2$, kan man definiera Fouriertransformen $\hat{f}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixt}\, dx$ entydigt utom i en nollmängd. Vi betecknar med Λ_f komplementet till den största öppna mängd, där $\hat{f}(t)=0$ nästan överallt. Mängden Λ_f som vi kalla funktionen f:s spektrum, karakteriserar naturligtvis inte helt funktionen utan endast vissa av dess egenskaper. Så kan t. ex. entydighetssatserna för Fouriertransformer uttryckas med hjälp av detta spektralbegrepp: Λ_f är tom, om och endast om $f \equiv 0$ nästan överallt.

Om $f(x)$ tillhör vissa andra funktionsklasser, t. ex. $L^\infty(-\infty, \infty)$, existerar ej säkert Fouriertransformen, men en motsvarighet till Λ_f kan ändå definieras. Detta spektralbegrepp för funktioner av en reell variabel har introducerats och studerats av A. Beurling under senare delen av 40-talet.

Avhandlingen utgör ett försök att generalisera Beurlings problemställningar. I stället för räta linjen studeras således godtyckliga lokalt kompakta kommutativa grupper och i stället för funktioner element i vissa lineära normerade rymder. Det kan betraktas som avhandlingens väsentligaste uppgift att visa att en sådan generalisering är möjlig utan att skärpan i Beurlings resultat förloras.

För att kunna genomföra teorin i denna generalitet har vissa av Beurlings metoder måst utbytas mot resonemang av mer algebraisk eller topologisk natur. Huvudhjälpmedel är teorin för kommutativa Banachalgebror och den elementära Fourieranalysen på grupper. Strukturteorin för grupper har undvikits i största möjliga utsträckning.

Stort utrymme ägnas åt studiet av Banachalgebror av en viss typ, som kan betraktas som en generalisering av den Banachalgebra, som funktioner i L^1 på en grupp bildar under faltning. Utgående härifrån bygges sedan spektralteorin upp, och ett flertal ekvivalenta definitioner av spektrum ges. Av speciellt intresse är att Beurlings definition av spektrum för begränsade funktioner genom den trånga topologin (Acta Math. 1945) har en motsvarighet i denna allmänna problemställning. Vissa samband mellan spektrums omfattning och elementens egenskaper granskas även, så t. ex. undersökes egenskaperna hos element vars spektrum består endast av en punkt.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Bengt Hultqvist, *Studies on naturally occurring ionizing radiations, with special reference to radiation doses in Swedish houses of various types.* Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar, band 6, nr 3. Disp. vid Stockholms Högskola den 28 april 1956. Opponenter: docent Arne Hedgran och fil. lic. Rolf Björnerstedt.

I avhandlingen behandlas den naturliga radioaktiva strålningen med särskild hänsyn till strålningsdoser. Speciell tonvikt har lagts på förhållandena inomhus.

Avhandlingen är uppdelad i fyra kapitel. I det första behandlas den penetrerande strålningen. Strålkällor, som ger mätbara bidrag till den naturliga jonisationen, diskuteras och det visas, att den primära jonisationen ovanför markytan, som förorsakas av naturligt förekommande radioaktiva ämnen i marken, är beroende av en enda parameter — halten av radioaktiva element — medan markmaterialens kemiska sammansättning, täthet etc. ej spelar någon roll. Jonisationen ovanför olika mineral har beräknats och jämförts med experimentella data. Resultat gives av experimentella undersökningar av gammadosen i 986 lägenheter representerande tre olika typer av byggnadsmaterial: trä, tegel och lättbetong innehållande alunskiffer. De uppmätta veckodosvärdena varierar mellan 1,5 och 10 mrem.

I andra kapitlet presenteras en litteraturöversikt rörande den jonisation, som under vanliga förhållanden förorsakas av betastrålning från den fasta omgivningen, varav den slusatsen drages, att den nämnda strålningen kan försummas vid sidan av gammastrålningen i dosavseende.

Stråldoser i andningsorganen förorsakade av korpuskulär strålning från atmosfäriska radioaktiva element behandlas i det tredje kapitlet. Problemställning och relevanta parametrar för ackumulationen av sönderfallsprodukter i lungorna behandlas och veckodosvärden beräknas. Resultat gives av mätningar av radon- och thorium-B-halter i 61 lägenheter och 26 källare och av bestämningar av radonekvivalenthalten i 287 bostäder. Ventilationsförhållandena visas spela mycket stor roll. Mätvärdena för radonhalterna varierar mellan $0{,}03 \cdot 10^{-15}$ och $50 \cdot 10^{-15}$ curie/cm^3. För personer, som bor i de undersökta bostäderna, har övre och undre gränser för andningsorganens veckodoser uppskattats.

I det fjärde kapitlet slutligen beskrives en metod för absolutmätning av radon, vilken begagnats för kalibrering av använd radonmätningsapparatur. I en proportionalräknare med rent cylindrisk potentialfördelning registreras alfasönderfallen med en effektivitet, som kan beräknas. Den beräknade biaskurvan överensstämmer väl med experimentella resultat.

Krister Kristiansson, *Photo-metric Mass Determinations on Heavy Mesons in Nuclear Emulsions.* (Sammanfattning av fyra arbeten i Arkiv f. Fysik och Phil. Mag.). Disp. i Lund den 28 april 1956. Opponenter: Dr. Daniel Morellet, École Polytechnique Paris, och fil. lic. B. Waldeskog.

Avhandlingens första del beskriver en fotometrisk apparatur för mätningar i fotografiska kärnemulsioner av korntätheten i spår efter laddade partiklar. Okulardelen på ett vanligt mikroskop har ersatts med ett specialokular. I det plan i okularet där den reella bilden faller har en spalt skjutits in, så att bilden av en kort sträcka av det spår, som betraktas, faller i spalten. Spaltens dimensioner omräknade till objektplanet är $30\,\mu \times 2{,}5\,\mu$. Som jämförelse kan nämnas, att silverkornens diameter i dessa emulsioner är cirka $0{,}6\,\mu$. Ovanför spalten har ett fotomultiplikatorrör placerats så, att den ljusmängd, som passerar spalten, mätes med fotocellen. Den är proportionell mot spaltens yta minskad med ytan av den del av spåret, som synes i spalten. Är spaltens totala yta känd, kan följaktligen spårets medelbredd bestämmas. Mellan denna medelbredd och spårets korntäthet råder ungefärlig proportionalitet. Det är önskvärt att kunna mäta denna korntäthet eller medelbredd mycket noggrannt, då för en enkelladdad partikel det råder ett genom kalibrering av emulsionen bestämbart samband mellan denna storhet och partikelns hastighet och jonisation.

Fotometerns användbarhet för jonisationsmätningar i fotografiska kärnemulsioner har undersökts. Speciellt intresse har ägnats åt instrumentets användbarhet för massbestämningar på mesoner och hyperoner ur mätningar av jonisationen som funktion av återstående räckvidden. Som en sammanfattnig av dessa mättekniska undersökningar kan nämnas, att under gynnsamma omständigheter kan en tung mesons massa bestämmas med en noggranhet av cirka 6 %, om mesonspårets längd i emulsionen är cirka 5 mm.

Två av avhandlingens uppsatser behandlar massmätningar på tunga mesoner. Massmätningarna har utförts med största möjliga precision i enlighet med de resultat, som framkommit vid den mättekniska undersökningen. Mätningarna gav som medelvärde en massa på den tunga mesonen $M_K = 975 \pm 23$ elektronmassor. Precisionen i massbestämningar genom mätning av en partikels jonisation och återstående räckvidd kan knappast drivas längre än vad som gjorts här, då felet i mätningen domineras av den statistiska osäkerheten i korntalet i spåret och av partikelns räckviddsstraggling. Det första felet bestämmes av den fotografiska emulsionens egenskaper och det andra av emulsion och partikel gemensamt. Mättekniska fel är små jämfört med dessa.

PERCY RISBERG, *Våglängder och termsystem för Na I, K I, Mg II och Ca II.* Disp. i Lund den 11 maj 1956. Opponenter: lektor SVEN GLAD, Ängelholm, och adjunkt INGMAR JOHANSSON, Lund.

För alkalimetallerna och de enkelt joniserade alkaliska jordmetallerna bestämmes spektrums karaktär av en enda elektron, den utanför de fyllda elektronskalen befintliga lyselektronen. Detta medför en relativt enkel termstruktur, vilket bidragit till att dessa spektra i stora drag varit kända sedan länge. Vid de äldre arbetena användes emellertid som ljuskälla i regel en ljusbåge i luft, som ger tryck- och Starkeffekter, vilka försvårar eller omöjliggör en bestämning av energinivåer med höga azimutal- och huvudkvanttal. Härtill kommer att vid dessa tidigare undersökningar i allmänhet ej funnits lämpligt infrarödkänsligt plåtmaterial tillgängligt, varför det infraröda området, vilket är speciellt viktigt då det gäller att noggrant fastlägga relativa termvärden, varit mycket ofullständigt undersökt. Det har därför sedan länge förelegat ett påtagligt behov av en revision av dessa grundläggande spektra, särskilt med hänsyn till det infraröda området.

Den nu föreliggande undersökningen har redovisats i följande tre arbeten: I. The spectrum of singly-ionized calcium, Ca II (tillsammans med B. Edlén), Arkiv för Fysik, *10*, 553 (1956). II. The spectrum of singly-ionized magnesium, Mg II, Arkiv för Fysik, *9*, 483 (1955). III. A revision of the term systems for Na I and K I based on hollow-cathode observations, Arkiv för Fysik, *10*, 583 (1956).

Som ljuskälla har använts en hålkatodurladdning, en speciell form av glimurladdning vid vilken urladdningen koncentreras till en cylindrisk urborrning i katoden, där den ger atomernas strålning praktiskt taget ostörd och med god intensitet. Våglängdsmätningarna sträcker sig från ungefär 3000 Å upp till nära 12 000 Å och omfattar sammanlagt 259 linjer. Spektrogrammen har upptagits med två 6 meters konkavgitterspektrografer i stigmatisk montering. Maximala felet i de givna våglängderna uppskattas till 0,03 Å vid λ 11 500 och 0,004 Å vid λ 3000. Det nya våglängdsmaterialet, kompletterat dels med äldre mätningar, dels med några nymätningar av I. Johansson med en blysulfidspektrometer ovanför det fotografiska området, har möjliggjort en bestämning av såväl relativa som absoluta termvärden med en väsentlig högre grad av fullständighet och noggrannhet än tidigare. De uppnådda resultaten tillåter därjämte en extrapolation av termsystemen till godtyckliga värden på kvanttalen n och l med användning av generaliserade Ritzformler och polarisationsformler, härledda ur den observerade delen av termsystemen.

Erik von Sydow, *The Normal Fatty Acids in Solid State. A Crystal Structure Investigation.* Sammanfattning i Arkiv för Kemi *9* (1956) 231—254 av 11 uppsatser publicerade i Acta Crystallographica, Arkiv för Kemi och Acta Chemica Scandinavica, 1953—1956. Disp. Uppsala den 3 mars 1956. Opponent: docent Ingvar Lindqvist, Uppsala.

De normala fettsyrorna (n—$C_nH_{2n+1}COOH$) äro viktiga komponenter av ett stort antal substanser med stor biologisk och teknisk betydelse t. ex. fettämnen och tvålar. I samband med biokemiska studier av sådana komplicerade långkedjiga föreningar, utförda av professor E. Stenhagen, Uppsala, befanns det nödvändigt att veta mera om hur de fundamentala långkedjiga föreningarna t. ex. de normala fettsyrorna, ha sina molekyler ordnade i fast tillstånd. Kunskapen om dessa förhållanden kommer att bidra till lösandet av många viktiga biologiska och tekniska problem.

Langmuir föreslog år 1917 att ytfilmer av normala fettsyror bestodo av vertikalt ordnade parallella fettsyremolekyler och att kolvätekedjorna voro zig-zag formade. 1923 undersökte Müller fettsyror i fast tillstånd med röntgenpulvermetod och drog den slutsatsen att molekylerna voro ordnade som i ytfilmerna med den viktiga skillnaden att molekylerna i fast tillstånd förekommo dimert och lutade i förhållande till ändgruppsplanet. Detta har senare visat sig riktigt.

De normala fettsyrorna förekomma i flera olika kristallmodifikationer. Det finns tre former för syror med ett jämnt kolatomantal och tre former för udda syror. Alla dessa former ha upptäckts med röntgen-pulvermetoden. Den första kristallstrukturbestämningen utfördes av Vand m. fl. år 1951, C-formen av laurinsyra.

Författarens undersökningar påbörjades år 1950 och syftet har varit att med röntgenmetodik bestämma strukturerna av de återstående fem kristallformerna, att undersöka bildning och existens av de olika polymorferna och att se huruvida skillnader i infraröd absorption föreligger i de olika fallen.

Det finns endast två sätt, på vilka kolvätekedjor kan packa sig sida vid sida: ett ortorombiskt och ett triklint. I första fallet är vartannat kedjeplan vinkelrätt mot de andra kedjeplanen, men i det senare fallet äro alla kedjeplan parallella. Karboxylgrupperna äro arrangerade på olika sätt för vart och ett av de två packningssätten, vilket ger upphov till olika polymorfa former av olika stabilitet och med olika kedjelutningar. Dimeriseringen genom vätebindningar mellan två karboxylgrupper ger upphov till skikt inom kristallen, vilka endast sammanhållas med svaga van der Waals krafter. Detta gör att kristallerna växa i form av tunna plattor.

De olika kristallformerna ha olika infraröd-absorption, men då även kedjelängden spelar in måste hänsyn tagas därtill.

Bildningen och existensen av de olika polymorferna äro beroende av temperaturen, syrans renhet, kristallisationshastighet och lösningsmedel. De vanligaste formerna vid rumstemperatur äro C-formen av jämna syror och B′-formen av udda syror och de ha alltid ansetts vara av de stabila. Båda dessa ha ortorombisk kedjepackning, vilket också de stabila formerna av normala kolväten ha. Förf. har emellertid funnit att A- och A′-formerna, vilka ha triklin kedjepackning, äro de stabila för kortare syror (upp till 24 kolatomer) men att B- och B′-formerna med ortorombisk kedjepackning äro de stabila för längre syror, för vilka kolvätekedjorna behärska strukturen. Bildningshastigheten domineras emellertid för det mesta av kedjan och de vanligaste formerna (C och B′) ha ortorombisk kedjepackning.

Den välkända alterneringen i vissa fysikaliska egenskaper, t. ex. smältpunkterna, diskuteras med hjälp av de resultat som framkommit ur strukturbestämningarna av de smältande formerna C och C′. De tidigare nämnda dimerskikten begränsas på olika sätt för jämna resp. udda syror och van der Waals interaktioner mellan skikten blir olika, vilket förorsakar alternering i det fasta tillståndets fysikaliska egenskaper.

Sven Glad, *Studies of the spectra of singly-ionized carbon, CII, and doubly-ionized iron, FeIII*: The spectrum of singly-ionized carbon, CII (Ark. Fysik *7*, 7, 1953.); Extension of the analysis of the third spectrum of iron, FeIII (Ark. Fysik *10*, 291, 1956.). Disp. i Lund den 3 mars 1956. Opponenter: professor Bengt Edlén och lektor Stig Avellén.

En mycket ingående undersökning av FeIII-spektrum har tidigare utförts av Edlén och Swings. Deras analys har emellertid huvudsakligen koncentrerats till området under 4000 Å. I det synliga området ha de använt spektrografer med låg dispersion, vilket gjort, att deras beskrivning av detta område är ganska ofullständig och mätningarna osäkra. Efersom den synliga delen av FeIII-spektrum har ett betydande astrofysiskt intresse ansågs det önskvärt att undersöka denna del i spektrografer med hög dispersion.

Liksom i den tidigare undersökningen användes först en vakuumgnista som ljuskälla. Men det visade sig ganska snart nödvändigt att försöka ersätta denna med en annan ljuskälla, som gav skarpare linjer än vakuumgnistan, och som samtidigt gjorde det möjligt att med säkerhet skilja ut FeIII från närliggande jonisationsstadier. För detta ändamål prövades olika modifikationer av hålkatodurladdning, och det visade sig, att en kondenserad urladdning uppfyllde de uppställda

kraven. Hålkatoden utgjordes av ett grafitrör, i vilket lagts en tunnväggig järncylinder. Ett spänningsaggregat (2000 V, 4 A) uppladdade ett kondensatorbatteri på 10 μF, som över ett roterande gnistgap var förbundet med urladdningsröret. Varje gång en gnista passerade det roterande gnistgapet urladdades kondensatorerna genom urladdningsröret. I detta uppstod en oscillerande urladdning, som vid ett heliumtryck av 6—12 mm Hg var helt koncentrerad till det inre av hålkatoden. Med denna ljuskälla erhöllos spektra, i vilka FeIII-linjerna genom sin form tydligt kunde skiljas från FeI- och FeII-linjerna. Samtidigt var FeIV-spektrum praktiskt taget fullständigt undertryckt.

Förutom järnlinjerna innehöllo spektrogrammen även kollinjer, vilka hade samma form som FeIII-linjerna. För att med säkerhet kunna plocka ut alla kollinjer upptogs ett rent kolspektrum med samma hålkatod som förut men utan järncylinder. Eftersom dessa plåtar innehöllo många nya CII-linjer, gjordes en närmare undersökning av detta spektrum. Vid denna mättes omkring 400 CII-linjer av vilka hälften inte tidigare observerats. Analysen har givit ett 60-tal nya energinivåer.

Undersökningen av FeIII-spektrum, som utsträckts över området 2 600—2 600 Å, har omfattat ca 2000 linjer, experimentellt klassificerade som FeIII. De flesta spektrogrammen ha upptagits med en stigmatisk gitterspektrograf (Jarrel-Ash), vars gitter har 90 000 ritsor och en krökningsradie av 6,5 m. Analysen av det nya materialet har lett till klassificering av termer, härrörande från elektronkonfigurationerna $3d^5 5s$, $3d^5 6s$, $3d^5 4d$, $3d^5 5d$ och $3d^5 5p$. Sammanlagt ha omkring 800 nya FeIII-linjerna identifierats och 200 nya energinivåer fastställts.

Bokanmälningar

ERICH KAMKE, *Mengenlehre*. Dritte Aufl. Samml. Göschen Bd 999/999 a. 194 S., DM 4.80.

Denna bok innehåller en god och lättläst framställning av den klassiska Cantorska mängdteorin. I den behandlas mängdbegreppet, ekvivalens mellan mängder, räkningar med mängder, transfinita tal, välordning och ordningstal. De förändringar som gjorts från andra upplagan har högst betydligt ökat bokens värde. Sålunda behandlas förutom välordningssatsen även det besläktade Zorns lemma som på senare tid i stor utsträckning har ersatt välordningssatsen vid tillämpningar av denna teori. Vidare har några sidor inskjutits om grundlagssvårigheterna och om den intuitionistiska ståndpunkten. Boken har därigenom trots sitt ringa omfång blivit rätt fullständig.

Olof Hanner

Dick Wick Hall and Guilford L. Spencer ii. *Elementary Topology.* John Wiley and Sons, New York — Chapman and Hall, London 1955, Pp. 303, $ 7.00.

Författarna avser att med denna bok kunna införa topologi på ett så tidigt stadium av universitetsstudierna som möjligt. Boken är avsedd att vara en nybörjarbok i topologi lämpad som kursbok för en elementär kurs vid ett amerikanskt universitet eller college. Den svenske matematikstuderanden får sina första kunskaper i topologi (även om han inte får höra namnet) först inom teorin för en eller flera reella variabler och senare inom teorin för analytiska funktioner och inom Lebesgue-teorin. De enkla topologiska egenskaper hos linje, plan och allmänt n-dimensionellt rum, som han därvid inlär, täckes av ungefär en tredjedel av föreliggande bok. Återstoden av boken innehåller dels de enklaste definitionerna och satserna för metriska och topologiska rum, dels en utförlig och modernt skriven redogörelse för en del djupare egenskaper hos planets topologi, innehållande bl. a. ett mängdteoretiskt bevis för Jordans kurvsats.

En av bokens stora förtjänster är dess grundlighet. Författarna har vinnlagt sig om att skriva en utförlig text. Så t. ex. införes varje svårare begrepp två gånger, först i ett löst resonemang och därefter i en formell definition. Boken torde därför i förhållande till det stoff den innehåller vara lättläst. Åtskilliga exempel och övningsproblem förhöjer ytterligare bokens värde.

Vad som däremot saknas i boken är all form av kombinatorisk topologi. Sålunda saknas en sådan »elementär» sats som Brouwers fixpunktssats. Vad slags topologi som skall kallas elementär, är givetvis en smaksak. Men med det innehåll boken har, torde en bättre titel ha varit »Elementary point-set topology». *Olof Hanner*

Félix Pollaczek, *Sur une généralisation des polynomes de Jacobi,* »Mémorial des sciences mathématiques nr. 131». Gauthier-Villars, Paris 1956, 54 p., 1000 fr.

Detta är en studie över en viss klass ortogonalpolynom som, i analogi med den klassiska teorien för dylika, definieras av en rekursionsformel, vilken ger sambandet mellan tre konsekutiva polynom. Här är emellertid rekursionsformeln generaliserad så att vissa konstanter tillåtas bero av rekursionsindex på speciellt sätt. Genererande funktionen till de så erhållna generaliserade Jacobipolynomen erhålles som en viss integral till en differentialekvation av Fuchsiska klassen. På grundval av detta konstrueras integralframställningar och asymptotiska serier för polynomen. Teorien är bl. a. exemplifierad på generaliserade Legendrepolynom. *Bengt Kredell*

Paul Dubreil, *Algèbre,* Tome I, Équivalences, Opérations, Groupes, Anneaux, Corps. (Cahiers scientifiques, fasc. XX, deuxième éd.). Gauthiers-Villars, Paris 1954, xii+467 p., 3900 fr.

Jämför man denna upplaga med första upplagan av samma arbete (Paris 1946, anmäld i Elementa *30* (1947), s. 236), finner man, att den utökats väsentligt (160 sidor). Av denna ökning kommer 40 s. på kapitel I, som handlar om mängdläran. Här ha ekvivalens- och andra relationer givits ökat utrymme; vidare behandlas välordnade mängder, urvalsaxiomet och hithörande ting, vilka ej funnos med i första upplagan (annat än i en Note). Kapitlen IV och V (Équivalences régulières och Demi-groupes. Corps) ha utökats med några satser om den symmetriska gruppen S_n och den alternerande gruppen A_n, ett avsnitt om faktoruppdelning i abelska semigrupper med enhetselement samt några sidor om komplex i semigrupper. Resten av ökningen kommer på två nya tillägg (Note II, som handlar om de naturliga talen, Peanoaxiom m. m. och Note IV, Espaces) samt på de talrika tillämpningarna och exemplen.

Boken avslutas med ett omfattande sakregister, något som man inte är bortskämd med, när det gäller fransk litteratur.

Författaren uttrycker i förordet förhoppningar om att han måtte få tillfälle att skriva även de övriga delarna av sin algebra. Dessa skulle handla om: Tome II: Grupper med operatorer, lineär algebra, Galoisteori, Tome III och IV: Idealteori och Hyperkomplexa system. Anmälaren hoppas också, att författaren till denna utmärkta bok Anmälaren hoppas att författaren till denna utmärkta bok skall få tillfälle att fullborda verket. *Hans Riesel*

L. Mirsky, *An Introduction to Linear Algebra.* Clarendon Press, Oxford, 1955. Pp. xi+433, 35 s. net.

Denna bok ger en utförlig men icke utömmande inledande framställning av den lineära algebran. Författaren vänder sig i första hand till matematikstuderande men även till tekniker och fysiker. Första delen av boken (194 sidor) behandlar determinanter, vektorrum, matriser, lineära ekvationssystem och representation av lineära operatorer med hjälp av matriser. Andra delen (158 sidor) behandlar karakteristiska ekvationen, ortogonala och unitära matriser, matrisgrupper, matrisfunktioner samt kanoniska former. Tredje delen (74 sidor) behandlar kvadratiska och Hermitska former.

En vektor definieras i de första kapitlen som en ordnad mängd av n st. tal och en matris som ett rektangulärt talschema. På ett senare stadium införes den abstrakta definitionen av ett vektorrum. Stor vikt lägges vid representation av de lineära transformationerna i vektorrummet med hjälp av matriser. Läsaren föres på detta sätt steg

för steg fram mot det viktiga invariansbegreppet. Författaren har tydligen lagt stor vikt vid dylika pedagogiska synpunkter. Ytterligare ett exempel: För en matris definieras determinantrang, radrang och kolumnrang, och sedan bevisas en sats, »rangteoremet», lätt att minnas, som utsäger, att de tre rangerna är lika.

En rad av beröringspunkterna mellan den lineära algebran och geometrien behandlas utförligt. Detta gäller t. ex. koordinattransformationer, rotationer i planet och rymden samt andragradsytornas teori.

Författaren har försökt samla alla mer välkända olikheter inom matristeorien och ge dem med bevis. Via nyckelordet »inequalities» i registret kan man alltså snabbt återfinna en rad matrisolikheter som eljest förekommer spridda i litteraturen.

Talrika exempel behandlas i texten, som genomgående är utförligt skriven. Läsaren behöver sålunda icke råka ut för att han förväntas själv genomföra komplicerade tankegångar »mellan raderna». Självverksamheten får trots detta en rik stimulans, nämligen genom de problem, som finns samlade i slutet av varje kapitel.

Göran Björck

H. Dölp / E. Netto, *Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung nebst den Resultaten.* Alfred Töpelmann, Berlin 1955. 22. verbesserte Aufl., 201 S., DM 4.80.

Föreliggande bok är en mycket kortfattad framställning av differential- och integralkalkylen. Den omfattar teorin för derivation och integration av funktioner av en variabel jämte geometriska tillämpningar. Dessutom behandlas för funktioner av två variabler maxima och minima (fria) samt Taylor-serier.

Den teoretiska framställningen är nedskuren till minsta möjliga, och en mängd bevis har följaktligen utelämnats. Författarna har emellertid — i motsats till vad som skedde i t. ex. 15:e upplagan, som recensenten haft tillfälle att jämföra med den föreliggande — samvetsgrant angivit, när så skett. Härigenom och genom uteslutande av felaktiga bevis i den äldre upplagan har uppnåtts en stringent framställning, där de besvärligare partierna saknas. Detta är tydligen en annan metod än den vanliga att kortfattat behandla analysen, nämligen den som bygger på vädjan till intuitionen.

Tyngdpunkten i boken ligger på exemplen. Dessa är exakt desamma som i den äldre upplagan: 456 derivations-, 434 integrations- och 78 geometriska tillämpningsuppgifter, de flesta mycket enkla och alla försedda med svar. Denna rikedom på elementära exempel medför att boken med fördel kan tjäna som exempelsamling i samband med innötande av rutinmässig derivation och integration.

Göran Björck

HOMER E. NEWELL, JR., *Vector Analysis.* McGraw-Hill Book Co., Inc. New York 1956, XI+216 p., $ 5.50.

Föreliggande arbete tar främst sikte på användningarna av vektoranalysen inom naturvetenskaperna, och författaren utvecklar teorien i en riktning, som passar fysiker och ingenjörer.

Arbetet består av två delar. Den första delen upptar $^2/_3$ av boken och utgör det teoretiska avsnittet: vektoralgebra, en översikt över matematiska grundbegrepp, deriverings- och integreringsteori för vektorer, ∇-operationer, allmänna krokliniga koordinater, något potentialteori.

Den sista tredjedelen av boken innehåller användningar: kinematik, dynamik samt slutligen en relativt lång avdelning om elektromagnetisk teori. Sist finns en tablå över enheter och dimensioner i olika måttsystem.

Bokens första del innehåller ett stort antal övningsexempel med svar.

Framställningen är utförlig och god. Ett undantag från utförligheten bildar översikten över matematiska grundbegrepp, som är rapsodisk. I viss mån kan detta också sägas om avsnittet om elektromagnetisk teori. Författaren har avstått från att använda tensorer, tyvärr kanske man kan säga. Men om man läser reklamen för nyutkomna böcker på pappersomslaget, upptäcker man en bok om vektorer och tensorer ingående i samma serie. Här föreligger förmodligen någon uppdelning av stoffet. *S. Danielson*

F. KLEIN m. fl., *Famous problems and other monographs.* Chelsea Publishing Co., New York 1955, $ 2.25.

Denna bok är en sammanställning av fyra välkända och betydelsefulla, tidigare var för sig utgivna arbeten, nämligen

F. KLEIN: Famous problems of elementary geometry (92 sidor),

W. F. SHEPPARD: From determinant to tensor (127 s.),

P. A. MACMAHON: An introduction to combinatory analysis (71 s.),

L. J. MORDELL: Three lectures on Fermat's last theorem (31 s.).

De ha ingenting annat gemensamt än att vart och ett på sitt område ge en intressant översiktlig framställning, som ej kräver stora förkunskaper. Alla ha stort allmänbildningsvärde. Sammanställningen i en volym är, som framhålles i förordet, rent ekonomiskt betingad.

Det största intresset för lärare och elever vid våra allmänna gymnasier har utan tvivel FELIX KLEINS klassiska arbete (först utgivet 1895). De problem som där behandlas är kubens fördubbling, vinkelns tredelning och cirkelns kvadratur. Omöjligheten av de två första uppgifterna påvisas som specialfall efter en utförlig utredning av möjlig-

heterna att konstruera algebraiska uttryck med passare och linjal. De kända lösningarna med hjälp av cissoiden och conchoiden meddelas. Vidare utföres konstruktionen av den regelbundna 17-hörningen i detalj. I det senare avsnittet ges Cantors bevis för existensen av transcendenta tal samt fullständiga bevis för transcendensen hos e och π, vilket senare ju bevisar omöjligheten av cirkelns kvadratur med hjälp av algebraiska kurvor. Ett 1930 tillfogat tillägg med senare resultat kan givetvis kompletteras här och var. Så är t. ex. även Fermattalet $2^{2^{10}}+1$ sammansatt (visat 1953 med matematikmaskin).

Sheppards arbete ger först en rent elementär framställning av determinanters viktigaste egenskaper och behandlar sedan tensorer såsom matriser av vektorkomponenter. Till slut ges tillämpningar inom statistik och relativitetsteori.

MacMahon börjar med några enkla definitioner och resultat för symmetriska funktioner och behandlar på grundval härav ett antal kombinatoriska problem.

Mordell slutligen ger en historisk exposé över Fermats stora sats att ekvationen $x^n+y^n=z^n$ saknar positiva heltalslösningar om $n>2$. Den klassiska indirekta metoden att påvisa att en given lösning kräver ännu en lösning med mindre talvärden (infinite descent) tillämpas i specialfall. Kummers av detta problem inspirerade idealteori beskrives och exemplifieras åskådligt. Den eviga tvistefrågan, om Fermat hade något bevis för sin sats, besvarar Mordell genom indiciebevisning med nej.

Som slutomdöme kan sägas, att denna bok har mycket av intresse att bjuda en matematiklärare och i tillämpliga delar lämpar sig utmärkt som källa till enskilda arbeten. *Ove Hemer*

A. Monjallon, *Initiation au calcul matriciel.* Librairie Vuibert, Paris 1956, 127 p., 700 fr.

Boken ger en enkel, konkret och samtidigt klar framställning av elementen av matriskalkylen. Som författaren själv säger i förordet bygger han upp teorien på kvasi-axiomatisk grund.

Utom matriser behandlas även determinanter och ytterst kortfattat lineära ekvationssystem och kvadratiska former. Boken är lättläst och torde lämpa sig för en intresserad gymnasist, som vill sätta sig in i elementen av matriskalkylen.

Ett antal exempel äro lösta i texten. Det sista exemplet sid. 115—117 är emellertid felräknat. Kurvan, som studeras, är en hyperbel $-X'^2+4\,Y'^2+\frac{1}{2}=0$ och icke den ellips som finns angiven. — Dessutom innehåller boken en avdelning övningsexempel. *S. Danielson*

Colloque sur les questions de réalité en géometrie, G. Thone, Liége Masson & Cie Paris 1956, 190 p. 1900 fr.

Boken innehåller artiklar inom ändlig geometri, differentialgeometri, konvexitetsteori och topologi utgörande föredrag hållna vid ett kollokvium i Liége i maj 1955. *Olof Hanner*

F. Glaven, *Om metoder for afstemninger og valg.* Dansk Videnskabs Forlag, København 1955. 152 s., dkr. 16:—.

Konstruktion av valsystem är en riksviktig detalj som tycks tjäna som populär bisyssla för matematiker och likasinnade. Phragméns insatser är bekanta; mer oväntat är det att i referenserna till lektor Glavens bok finna namnen Erlang, Huntington, Polya, Thiele och Ørsted.

Boken torde vara den fullständigaste i sitt slag som finns att tillgå. Den ger både en historisk översikt och en med sifferexempel åskådliggjord jämförelse av den mångfald metoder, som kan begagnas i de båda vanligaste valsituationerna, nämligen (a) val av en eller flera kandidater som graderas inbördes av väljarna (b) fördelning av mandat mellan partier.

En utförlig diskussion ges av poängsättningsproblemet i (a), som kan intressera även dem som sysslar med kvalitativ bedömning i andra sammanhang, t. ex. livsmedelsindustriens smakprovare och — varför inte — Miss Europa-tävlingarnas jurymän. Förhållandevis stort utrymme ägnas härvid åt den av författaren introducerade s. k. vektormetoden, som beskrives med ett stort uppbåd av matematiska symboler.

Situation (b) diskuteras ju i vårt land just nu. Efter att i boken ha följt matematikernas ansträngningar i syfte att åstadkomma proportionalitet utan sönderdelning av kandidaterna är det med visst obehag som man konstaterar, att vi nonchalerar deras raffinerade metoder och, vid val till andra kammaren, nöjer oss med den jämkade uddatalsmetoden med första divisorn 1,4. Författaren säger försiktigt, att han »ikke har set nogen saglig begrundelse» för denna metod. Nyttig läsning för politiker och valsättssakkunniga. *Gunnar Blom*

M. H. Pailloux, *Élasticité.* »Mémorial des sciences mathémathiques, Fasc. 132», Gauthier-Villars, Paris 1955, 99 p., 1000 fr.

Den lilla skriften, som ingår i en ansedd skriftserie, innehåller ett tvärsnitt av den matematiska elasticitetsteorien, framställt med berömvärd fransk klarhet och översiktlighet, men utan några egentliga nyheter. Hänsyn har tagits särskilt till svängningsproblem och till variationskalkylens möjligheter. *Folke K. G. Odqvist*

Georges Bouligand, *Mécanique rationelle.* Cours et problèmes résolus a l'usage des elèves des facultés des sciences, Cinquième éd. Vuibert Paris, 1954, 572 p., 2400 fr.

Ur det rika innehållet: Vektorer, kinematik, massgeometri, kinetik, stela kroppar, analytisk dynamik med Lagranges ekvationer, stabilitet och små svängningar, stöt (först den enkla teorin, sedan även med friktion och glidning), dynamikens kanoniska ekvationer, böjliga trådar, deformerbara kroppar, vätskor, relativitetsteori, friktion, bindningskrafter, ensidiga bindningar, övningsexempel och genomräknade problem.

Fransmännen ha under generationer studerat och diskuterat den klassiska mekaniken och därvid anlagt speciellt matematiska synpunkter, medan man på andra håll kanske varit mer inriktad på mekanikens användning och på att utbilda mer ingenjörsmässiga än rent matematiska metoder. Sålunda ha fransmännen diskuterat olika paradoxer, som kunna uppträda i enkla rörelseproblem med friktion. Övriga länders läsare ha därför mycket att hämta ur en vederhäftig framställning som denna, om de göra sig mödan att sätta sig in i författarens tankegång, ty texten saknar den klarhet, som man är van att finna i franska läroböcker. Härledningarna äro korta och hade kunnat bli eleganta, om författaren ej försummat den stilistiska bearbetningen. Boken kan därför knappast rekommenderas åt nybörjare men passar bra för licentiander. *Hilding Faxén*

John K. Vennard, *Elementary Fluid Mechanics.* Third Ed. John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 401, $ 5.50.

Under senare år har utkommit ett stort antal böcker i »elementär hydromekanik». Denna är en av de bästa. Trots att dessa böcker rubricerats som elementära, har de åtskilligt att ge även fackutbildade. De innehåller ett stort antal praktiskt aktuella problem, och eftersom Vennard har förmåga att skriva trevligt kan man rekommendera boken till alla kategorier av ingenjörer och fysiker, som vill ha en halvpopulär översikt av hydrodynamikens grunder och principer. I min recension i Elementa av C. C. Lin's »Hydrodynamic Stability» (se junihäftet sid. 125) har jag försökt ge en översikt av den nuvarande situationen inom hydrodynamiken, varav det torde framgå, att jag anser att även denna form av litteratur för närvarande är synnerligen välkommen.

Efter inledande betraktelse om vätskors egenskaper följer elementär vätskestatik och enkel dynamik för ideala vätskor och härledes Eulers ekvation och Bernoullis teorem för en endimensionell vätskerörelse etc. Sedan ägnas drygt halva boken åt »flow of real fluid», varvid

förf. ger en enkel beskrivning av laminär och turbulent strömning, diskuterar inre friktionens verkningar och turbulensens natur och uppkomst. Allt i en populär men klar form. Sista kapitlet ägnas, som brukligt är, åt flygvingeteori, varvid antas att luften är kompressibel.

Bengt Andersson

Electromagnetically Enriched Isotopes and Mass Spectrometry. Proceedings of the Conference held in Harwell, 13—16 Sept. 1955. Edited by M. L. Smith. Butterworths Scientific Publications, London, 1956, Pp. 272, 45 s.

Konferensen hade samlat ett 60-tal deltagare från 11 olika länder. Auktoritativa redogörelser lämnades för de tekniska procedurerna och för användningen av separation i gram-kvantiteter med de s. k. calutronerna, prepareringen av isotoprena targets i mikrogram-området, samt mätning av isotopymnigheter. Därefter visades motsvarande anläggningar i Harwell. Detta var första gången som de stora separatorerna fritt kunde diskuteras. Inte mindre intressant var en speciell europeisk företeelse, de medelstora anläggningarna, av vilka vi har tre i Sverige. För masspektrometristerna imponerande var demonstrationen av Metropolitan Vickers stora apparat med 3-filament jonkälla och vakuumsluss. Av de flesta elementens stabila isotoper tillhandahålles nu preparat av vägbar mängd. Dessa har fått och kommer att få en alltmer ökad användning inom skilda områden av atomvetenskaperna, men även inom allmän fysik, kemi och biologi med angränsande vetenskaper, bl. a. för analytiska ändamål medelst isotoputspädningstekniken.

På ett trevligt sätt och med goda illustrationer förmedlar boken den dagsaktuella översikt konferensen gav, och det är första gången som material på området i denna omfattning samlats i bokform. Några inackuratesser i stavningen av namn kunde ha undvikits.

H. von Ubisch

P. A. Sturrock, *Static and Dynamic Electron Optics.* Cambridge Univ. Press, 1955. Pp. 240, 30 s.

Den geometriska elektronoptiken är läran om laddade partiklars rörelse i elektriska och magnetiska fält och är närmast att betrakta som en gren av den teoretiska mekaniken. Den har praktisk betydelse i första hand för konstruktörer av t. ex. katodstråleoscillografer, elektronmiskroskop, partikelspektrometrar och acceleratorer. Nykonstruktioner innebär härvidlag ofta en fortsatt utveckling av någon del av elektronoptiken.

Det är för övrigt ett ur vetenskapshistorisk synpunkt intressant faktum, att de mest generella metoderna och satserna inom detta så

aktuella gebit går tillbaka på W. R. Hamiltons mer än sekelgamla, geniala arbeten om analogien mellan partikeldynamiken och den geometriska optiken. Sturrock utgår i sin bok från dessa allmänna formuleringar för att senare plocka fram de mera speciella resultat, som har intresse i samband med apparatkonstruktioner.

Tillämpningarna omfattar sålunda tre huvudområden, angivna redan i bokens undertitel: »An account of focusing in lens, deflector, and accelerator». Sturrock har lyckats ge de tre områdena en enhetlig behandling tack vare den gemensamma nämnare, som Hamiltons princip utgör. Efter den allmänna inledningen, omfattande ca $^1/_3$ av bokens innehåll, följer den statiska elektronoptikens båda tillämpningsområden, tillsammans också ca $^1/_3$ av boken. Teorien för fokusering i acceleratorer, här betecknad som dynamisk elektronoptik, får en mycket utförlig behandling i bokens sista del.

Man kunde tycka att ett stycke fysik, som bygger på ett fåtal grundläggande och välkända lagar, skulle kunna framställas i en lättillgänglig form. Sturrocks bok är emellertid långt ifrån lättfattlig. Det är givetvis möjligt att framställa vissa delar av ämnet på ett mera elementärt sätt än vad Sturrock gör, men i en sådan behandling skulle man gå miste om de allmännare satserna. Det är därför inte förf.:s fel utan ämnets art, som gör boken svårtillgänglig.

Nils Svartholm

H. L. Penman, *Humidity.* The Institute of Physics, Monographs for Students, London 1955, 71 p., 5 s. net.

Den sammanställning över nu existerande metoder för fuktighetsmätning, som presenteras i Penmans lilla bok, är en ganska kortfattad men klar redogörelse för de grundläggande lagarna, formlerna och mätmetoderna inom detta område av fysiken. Stor omsorg ägnas åt att korrekt klarlägga de förstnämnda och det är sedan ingen svårighet att följa framställningen beträffande mätmetoderna, såväl de klassiska som de elektroniska. De senare användes främst inom modern regleringsteknik, t. ex. luftkonditionering, och vid industriella tillverkningsprocesser. Ett flertal exempel härpå lämnas.

Det förvånar något, att förf. ej nämner något om de tyska forskningarna sedan 1946 beträffande det s. k. Frankenbergerhåret eller valsade håret. Detta framställes genom pressning av vanligt hår och har speciella egenskaper, som möjliggör tillförlitliga fuktighetsmätningar med hårhygrometrar även vid mycket låga temperaturer, åtminstone ned till —40° C.

Den lilla boken är en utmärkt introduktion på fuktighetsmätningens område och förtjänar att uppmärksammas. *Lars Raab*

D. J. Littler / J. F. Raffle, *An Introduction to Reactor Physics.* Pergamon Press, London 1955, Pp. 196, 25s. net.

En serie föreläsningar, som hållits vid Harwell i England för ingenjörer och fysiker sysselsatta vid konstruktion och byggande av kraftreaktorer, har omarbetats till en inledande bok i reaktorfysik.

Först på det engelska atomprogrammet står ett antal gaskylda reaktorer med naturligt uran och med grafit som moderator. I boken är också tonvikten lagd på denna typ av reaktorer. De första kapitlen behandlar allmän kärnfysik i en omfattning, som författarna anser nödvändig för förståelsen av det stora antal processer, man måste ta hänsyn till, när en reaktoranläggning bygges. Därefter följer de viktigaste kapitlen, som visar hur en milas kritiska storlek beräknas. Grundläggande är härvid härledningen av den partiella differentialekvation, som beskriver neutronernas diffusion. Bl. a. med hjälp av denna ekvation diskuteras den effektiva reproduktionskonstanten k_e dvs., det antal termiska neutroner, som bildas och blir kvar i systemet för varje absorberad termisk neutron. Nu gäller $k_e = k_\infty - L_e$, varvid k_∞ är reproduktionskonstanten vid oändligt stor mila, och L_e är läckningen ut från milan per absorberad termisk neutron. I jämviktsläget, alltså när man har kritisk volym, är $k_e = 1$. k_∞ och L_e påverkas av milans geometri (gitterstruktur), temperatur, neutronreflektorer m. m.

I boken behandlas också detektorer, huvudsakligen för neutroner, skärmning av reaktorer samt strålningsskador på oorganiska och organiska ämnen. I det sista kapitlet beskrives principen för s. k. exponentialförsök, varigenom parametrar, som beskriver neutrondiffusionen, kan mätas.

Trots sitt lilla format innehåller boken en relativt detaljerad beskrivning av de viktigaste problemen vid konstruktionen av en reaktor. Problemen löses i explicit matematisk form och exemplifieras så gott som alltid med sifferuträkningar. Detta ger framställningen koncentration och klarhet. De avsnitt, som behandlar allmän kärnfysik, är helt naturligt mycket kortfattade, väl knapphändiga på några punkter. *Bo Sjögren*

P. A. Neeteson, *Vacuum Valves in Pulse Technique.* Philips' Technical Library IX. Eindhoven 1955, 170 sid., kr. 20:—.

Författaren, som är verksam i Philipskoncernen, har i föreliggande publikation sammanfattat teoretiska och experimentella undersökningar beträffande pulsers alstring och egenskaper. Arbetet har emellertid ren dissertationskaraktär; man får icke vänta sig att få en lärobok eller ens någon i egentlig mening läsbar framställning. Den

som ger sig i kast med boken måste bereda sig på ett jämförelsevis ansträngande och tålamodsprövande räknearbete vid sidan av författarens formelnät för att kunna följa med och få ut något av studiet, så mycket mera som författaren är njugg inte bara med översikter och slutsatser av räkneresultaten utan bitvis även med detaljbehandling.

Den första halvan av boken ägnas åt allmänna egenskaper hos kretsar med pulsemk, den andra åt multivibratorerna, och det är där som verifierande experimentella rön komma med. Som hjälpmedel användes operatorräkning, även i fall där man mycket enklare kommer fram med vanliga metoder. Man kan dock icke tala om missbruk av operatorräkning, ty det är författarens uppenbara avsikt att göra läsaren förtrogen med ett hjälpmedel som verkligen behövs i bokens multivibratorhalva, där såväl den självsvängande (astabila) multivibratorn som pulsstyrda enperiodsmultivibratorer (bistabila och monostabila) analyseras ingående. Särskild uppmärksamhet ägnas åt röregenskapernas inverkan på pulsformen; föreliggande teorier ha lett till konstruktioner av bättre rör för ifrågavarande ändamål.

Som slutomdöme kan sägas, att Neetesons bok är en värdefull tillgång för specialisten men enbart för denne. *E. T. Glas*

J. Sharpe, *Nuclear Radiation Detectors,* »Methuen's Monographs on Physical Subjects», London 1955, Pp. 179, 11 s. 6 d. net.

De fundamentala fysikaliska processerna bakom de olika typer av detektorer, som numera är helt oumbärliga hjälpmedel inom kärnfysik och radiologi, har på senare år blivit så noggrant undersökta, att man äntligen fått möjlighet att mera i detalj förstå en detektors sätt att verka. Medan de elektroniska komponenterna och användningen av Geiger-Müller-räknare, jonisationskammare, scintillationsräknare m. fl. mer eller mindre utförligt beskrives i varenda lärobok i atom- och kärnfysik (jfr också D. Taylor, »Measurements of Radioactivity» i Methuen's serie), har man endast mycket få fullständiga framställningar att tillgå över vad som verkligen sker när en partikel eller foton registreras. Sharpe's arbete utgör ett försök att fylla denna lucka.

Titeln på Sharpe's bok är något vilseledande; bättre hade varit »The fundamental processes in nuclear radiation detectors». Förf. behandlar i fem avsnitt strålnings växelverkan med materia, det registrerande mediets egenskaper, detektorns effektivitet och känslighet, sekundäremission och scintillationsräknare samt detektorer baserade på strålningens joniserande förmåga. Förf. har lyckats att på bokens 180 små sidor komprimera ett så rikhaltigt material, att det normalt borde räckt för en betydligt vidlyftigare monografi. Att skriva både

kort, koncist och begripligt är dock som bekant en stor konst, och Sharpe lyckas inte alltid med sin föresats. Delvis beror detta på att förf. ofta tillåter sig använda symboler, som antingen inte alls definieras eller kommer först senare i framställningen, och att nödvändiga hänvisningar till redan utredda begrepp ofta saknas. Å andra sidan läser man med stor behållning förf:s sammanställning i t. ex. sista kap. av Geiger-Müller-rörs egenskaper, felorsaker, mätnoggrannhet osv.

Antalet felaktigheter och feltryck synes vara av vanlig storleksordning. Några exempel: Vid behandlingen av fotoelektrisk absorption på sid. 19 har Auger-elektronfenomenet bortglömts och energiberoendet angetts proportionellt $E^{7/2}$ istället för $E^{-7/2}$. I tabell 10 B, sid. 29, anges protonräckvidden för olika element och energier relativt Al, men samtliga värden i tabellen måste i så fall inverteras. Förf:s åsikt om medelatomnumret hos väggmaterialet för en jonkammare för dosmätningar i r-enheter (sid. 94) torde få revideras, och rem-enhetens definition på sid. 95 är felaktig. Formeln överst på sid. 132 skall divideras med 6.

Helhetsintrycket av Sharpes verk är gott, och boken kan verkligen rekommenderas för noggrann begrundan av alla som ägnar sig åt mera avancerad mätteknik inom kärnfysik och radiologisk fysik.

Kurt Lidén

A. J. Stepanoff, *Turboblowers* (Theory, design and application of centrifugal and axial flow compressors and fans). Wiley, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 371, $ 8.00.

Innehåll: Strömningslärans grundlagar. Definitioner och termer. Inkompressibla mediers strömning i centrifugalhjul. Bestämning av uppfordringshöjd. Karakteristiska data för turbomaskiner. Förluster och verkningsgrader hos radialkompressorer. Termodynamik för turbokompressorer. Speciella problem av termo- och hydrodynamisk natur. Kompressorhus. Förluster och axialtryck. Mellankylning. Centrifugalfläktar. Enstegs axialkompressorer. Flerstegs axialkompressorer. Användningsområden. Konstruktion av hjul med »diagonalströmning».

Författaren, som är konstruktör vid den välkända amerikanska firman Ingersoll-Rand Company, har tidigare utgivit en bok om centrifugal- och axialpumpar. Båda böckerna har samma uppställning och använder i den mån det är möjligt samma beteckningar och formler. Med hänsyn till det omfattande ämnet har författaren inom den snäva ramen lyckats ge en allsidig beskrivning av de turbomaskiner, som har till uppgift att transportera luft och gaser. Boken är lättläst och kräver ej högre matematik. Figurmaterialet är väl valt

med ett stort antal sammanställningsritningar av utförda maskiner, huvudsakligen av europeiska konstruktioner. Boken är försedd med lösta exempel, och varje kapitel avslutas med ett stort antal referenser. Axialkompressorn har ej behandlats lika ingående som radialkompressorerna, enär beräkningar av de förstnämnda kräver avsevärt större kunskaper i matematik och strömningslära. Boken avser ej att ge läsaren några hållfasthetstekniska problem. För dem vilka önskar skaffa sig grundläggande kännedom om fläktar och kompressorer kan boken rekommenderas. Det av författaren uppgjorda diagrammet för beräkning av radialkompressorer torde ge beräkningsingenjörer många värdefulla impulser. *Sven Nylinder*

Patrick Moore, *Earth Satellite,* The new satellite projects explained. Eyre & Spottiswoode, London 1955, Pp. 128, 15 s. net.

Heinz Gartmann, *Raketen.* Kosmos, Gesellschaft der Naturfreunde, Stuttgart 1956, 78 S., DM 1.80.

Nels A. Parson, Jr., *Guided Missiles in War and Peace.* Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass. 1956, Pp. xii+161, $ 3.50.

Idén om en människotillverkad satellit (rymdstation) presenterades veterligen första gången i tryck 1897, i äventyrsromanen »Auf zwei Planeten» av den tyske matematikern Kurd Laszwitz, och gjordes till föremål för rigoröst vetenskapligt studium först av den rumänske matematikern Hermann Oberth, som 1923 publicerade sitt nu klassiska arbete »Die Rakete zu den Planetenräumen». Omnämnande i officiella sammanhang av planer på idéns förverkligande uppträder första gången i den s. k. Forrestalrapporten (december 1948); i denna rapport till Förenta staternas Kongress avslöjar Defense Secretary James V. Forrestal (enligt Moore »a man with considerable scientific knowledge and unusual foresight»), att utvecklingsarbeten avseende artificiella jordsatelliter hade påbörjats. *En* konsekvens av Forrestalplanen är USA:s satellitexperiment under internationella geofysiska året (1957/58), kungjorda jämte president Eisenhowers bekanta hälsning till världens vetenskapsmän den 29 juli 1955, lagom till öppnandet den 1 augusti i Köpenhamn av Internationella astronautiska federationens sjätte kongress, som utan detta handtag från Vita Huset troligen kommit att passera obemärkt av åtminstone nordisk press och allmänhet.

Amerikas och andra nationers satellitexperiment under geofysiska året torde komma att öka vår kännedom om den övre atmosfärens förhållanden i en omfattning som inte är möjlig med de hittills använda hjälpmedlen, högaltitudraketerna, och resultaten förväntas bli av stort vetenskapligt intresse och måhända även praktiskt viktiga. »The practical advantages of the satellite will be many, but whatever

happens we shall be gathering knowledge — and *desire for knowledge is still the greatest virtue of the human race*» (Moore).

Experimenten utgöra andra steget på vägen till rymdens utforskande genom rymdfärder. Första steget var utvecklingen av högaltitudraketerna, ett arbete som genomförts huvudsakligen av idealister med interplanetariska upptäckarsyften. Den första verkligt betydelsefulla raketkonstruktionen, Wernher von Brauns A4, färdig 1942, kom att användas som vapen (under beteckningen V2); endast ett mindre restlager kom att nyttjas som upphovsmannen avsett. Därefter har raketTekniken fått en militär utväxt, som krävt större insats av kapital och högklassig vetenskaplig och teknisk arbetskraft än något annat militärtekniskt projekt, atombomben icke undantagen, en insats som sannolikt kommer att ge god fredsmässig utdelning i sinom tid.

Av de tre ovan angivna böckerna, som alla representera populärvetenskapligt skriftställeri av hög klass och vilkas författare alla äro väl initierade, anbefalles Moores bok särskilt. Den är en mycket skickligt genomförd översikt, och den ger svar på de flesta av de frågor som en bildad människa ställer sig inför geofysiska årets satellitexperiment.

Gartmann behandlar huvudsakligen raketteknik, och hans bok är, vad detta område beträffar, något mera detaljerad än Moores. Parson uppehåller sig väsentligen vid robotteknikens militära aspekter; han meddelar kunskap som det under förhandenvarande förhållanden är föga klokt att vara utan. *Torsten Jönsson*

W. E. Garner, *Chemistry of the Solid State.* Butterworth's Scientific Publications, London 1955, Pp. 417, 50s.

Detta samlingsverk skall belysa olika sidor av det fasta tillståndets fysik och fysikaliska kemi. Avsikten har varit att samla en någorlunda lättläst men grundlig litteraturöversikt över gängse uppfattningar och väsentliga försök och att därjämte ge tillräckliga litteraturhänvisningar för den som vill tränga djupare. I stället för att låta en man skriva hela verket — vilket brukar ge större enhetlighet, men mindre inlevelse och risk för en och annan missuppfattning — har utgivaren Garner låtit tretton olika författare komma till tals.

Kap. 1 (Frank) handlar om olika slag av gitterförskjutningar och kap. 2 (Stone) om felordning i jongitter, och dess samband med ledningsförmåga, diffusion och reaktioner mellan fasta ämnen. I kap. 3 och 4 (Jacobs och Tompkins) skildras inverkan av ljus på fasta ämnen (abs-spektra, luminescens, F-centra, kemisk verkan av ljus och elektroner) samt studiet av ytor, särskilt metoder för mätning av ytstorlek och porfördelning samt av ytenergi. I kap. 4 synes (förmodligen

av språkliga skäl) insatser av Dubinin, Kiselev m. fl. ha blivit bortglömda. Kap. 5 (Gray) behandlar halvledare och magnetokemi och kap. 6 (Dunning) kristallgroddbildning. Kap. 7 (Jacobs och Tompkins), om systematik och matematisk teori för förlopp mellan fasta ämnen, avslutar den allmänna delen.

Därpå följer åtta mera speciella kapitel: kap. 8 och 9 (Garner och Bircumshaw) om kinetiken för endoterma och exoterma fasta-ämnesförlopp, kap. 10 (Bawn) om sönderdelning av organiska fasta ämnen, kap. 11 (Ubbelohde) om explosion och detonation, kap. 12 (Welch) om reaktioner mellan fasta faser, kap. 13 (Mitchell) om den fotografiska processen, kap. 14 (Grimley) om oxidation av metaller. Slutligen handlar kap. 15 (Stone) om elektronernas andel i kemisorption och katalys, alltså om växelverkan mellan sorberade gasmolekyler och elektroner från (eller ofyllda elektrontillstånd i) en metall eller halvledare.

Att åtskilliga upprepningar förekommer är kanske t. o. m. en fördel; många läsare lär väl nöja sig med att gå igenom de kapitel, som närmast intresserar honom själv. I förordet vill Garner lägga fram boken som ett upprop till de yngre årgångar av kemister som har tillräcklig tankespänst för att smälta och tillämpa de idéer som framläggs; så mycket är nu känt om olika delområden, att det finns möjlighet till en framstöt på bred front i de fasta ämnenas kemi.

Lars Gunnar Sillén

P. VAN RYSSELBERGHE, *Electrochemical Affinity.* Studies in Electrochemical Thermodynamics and Kinetics. Actualités Scientifiques et Industrielles nr 1237, Paris 1955, 109 p., 1200 fr.

Med affinitet A menar författaren minskning i kemisk potential eller fri energi per gramekvivalent, dvs. $z \cdot A = -\triangle G$. Begreppet är av historiska skäl behäftat med en viss oklarhet. Det har använts i såväl termodynamiska som kinetiska sammanhang. Just inom elektrokemien är detta möjligt, beroende på proportionaliteten mellan reaktionshastighet och strömtäthet samt på de enkla relationerna mellan strömtäthet och spänning.

Rysselberghe utgår (kap. I) från slutna elektrokemiska system (galvaniska element och elektrolytiska celler) och behandlar först därefter (kap. II) enkla elektroder. Han inför inte det rationella begreppet elektromotorisk spänning utan använder sig genomgående av galvanipotentialer. Genom att i varje cell låta polerna (elektrodernas överdel) bestå av samma metall undgår han därvid avsevärda komplikationer. Den verkliga innebörden av standard-vätgaselektroden utredes mycket fullständigt. Beträffande den omtvistade frågan om elektrodpotentialers tecken rekommenderar författaren den europeiska konventionen (med zink negativ) i motsats till den

amerikanska (med zink positiv), framför allt därför att den europeiska skalan omedelbart ger rätt polaritet på emk i galvaniska element.

I kap. III utredes förhållandena vid en elektrod med flera samtidiga reaktioner (varav en del katodiska, en del anodiska), särskilt med hänsyn till korrosion. Kap. IV ägnas åt några aspekter av elektrodreaktionernas kinetik, särskilt de lineära relationerna mellan reaktionshastighet (strömtäthet) och affinitet (överspänning) för tillstånd nära jämvikten. Det sista kapitlet (V) har kallats termo-elektrokemi. Där ges en termodynamisk behandling av emk:ers och överspänningars temperaturberoende, elektrokemiska reaktionsvärmen, peltiervärmen, termoelement etc.

Rysselberghe har en viss förkärlek för ovanliga begrepp och storheter. Vid tillämpning av andra huvudsatsen rör han sig inte endast med entropibegreppet utan även med de därmed likvärda »uncompensated heat» och »power of irreversibility». Förutom affiniteten A för cellreaktionen inför han även cellaffiniteten $\bar{A}$, definierad som $\bar{A}=(E-V)\cdot F$ (E=emk, V=cellspänning), således Ohms lag i förklädd form. Det är därför en så mycket kännbarare brist, att en sammanställning över använda beteckningar saknas.

Det värdefullaste med R:s arbete är den stora uppmärksamhet han ägnar irreversibla processers termodynamik, som i de flesta läroböcker beredes mycket litet utrymme. Trots att framställningen ännu är provisorisk på flera punkter, är hans monografi därför välkommen för elektrokemisterna. *Gösta Wranglén*

James English Jr/Harold G. Cassidy, *Principles of Organic Chemistry*, 2nd Ed. McGraw-Hill Book Co., New York 1956, Pp. xiii+469, $ 6.50.

Enligt företalet är läroboken avsedd för en tvåtermins grundkurs i organisk kemi för sådana studerande, som planera fortsätta med vetenskapliga studier i kemi och angränsande discipliner. Båda författarna äro professorer i kemi vid Yale University.

Den tämligen omfångsrika boken börjar, efter ett inledande kort kapitel om kemisk bindning, med kolvätena. Dessa grundläggande föreningar behandlas synnerligen utförligt (117 sid). De alifatiska och de aromatiska föreningarna genomgås därefter icke var för sig utan behandlas i fortsättningen tillsammans, en lärogång, som tidigare presenterats även av andra författare. Sålunda följer här en redogörelse för alkoholer och fenoler, aminer och diazoniumföreningar, olika substituerade syror etc. De sista 80 sidorna ägnas åt färg och kemisk konstitution, stereoisomeri, kolhydrater, makromolekyler och heterocykliska föreningar.

Det förekommer inga hänvisningar till originallitteraturen, vilket ej heller torde vara behövligt i en elementär framställning. I slutet av vissa kapitel ha i stället inlagts en del historiska uppgifter, vilket förhöjer bokens värde. Efter varje kapitel kommer dels en kort sammanfattning av det genomgångna, oftast i form av reaktionsformler, dels en lång rad intresseväckande och stimulerande frågor i anslutning till lärostoffet. En del av dem måste anses rätt svåra, och om de skola besvaras riktigt, fordras det, att läsaren har grundligt tillgodogjort sig meddelade fakta om framställningsmetoder och egenskaper. Ett mindre antal frågor är försedda med svar.

Förff. ha sovrat det rikliga materialet på ett lyckligt sätt och undvikit att belasta läsaren med encyklopediska förteckningar över en mängd föreningar. I stället ha de teoretiska grunderna betonats. Elektronteorien kommer till flitig användning, t. ex. vid diskussion av Markownikoff's regel, Friedel-Craft's reaktion osv. Från en uppsats i den välkända tidskriften »Journal of Chemical Education» har lånats en del illustrationer, som avse att schematiskt åskådliggöra »elektronmolnens» lägen vid dubbel- och trippelbindningar.

Boken är skriven på ett klart och lättfattligt språk. Tryckfelen förefalla vara få. Ett sådant förekommer dock å sid. 422, hydrolysen av dipeptiden bör ge fenylmjölksyra i stället för fenylpyrodruvsyra.

Innehållet motsvarar ungefär vad som genomgås i organisk kemi på de högre tekniska läroverkens kemitekniska linjer, men tyvärr lägga nog både språket och priset hinder i vägen för att läroboken kan införas där. Sammanfattningsvis skall sägas, att den mycket väl försvarar sin plats i raden av moderna läroböcker i organisk kemi.

Evald Samén

W. Prandtl, *Deutsche Chemiker in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts.* Verlag Chemie, Weinheim/Bergstrasse 1956, 352 S., DM 29.50.

Inför en boktitel som denna frågar man sig kanske, om inte en skildring av kemiens utveckling i Tyskland vore mer lockande än personhistoria, eller om inte en internationellt upplagd kemisk idéhistoria vore det enda riktiga.

De farhågor, som kan inställa sig, när man ser, att Prandtls bok är uppdelad på nio avsnitt, vart och ett ägnat en kemist (Johann Nepomuk Fuchs, von Kobell, Döbereiner, Liebig, Wöhler, Schönbein, Mitscherlich, Heinrich Rose, Gustav Magnus), skingras emellertid till övervägande del vid genomläsning av boken. Tyngdpunkten ligger alltid i en, såvitt anmälaren kunnat finna, mycket grundlig och — särskilt ifråga om oorganisk och fysikalisk kemi — förtjänstfull redo-

görelse för vederbörande kemists forskningsarbeten, varjämte relationerna till in- och utländska kolleger ägnas tillbörlig uppmärksamhet. Såväl de kemiska åskådningarna som den personliga karaktären hos männen belyses genom mångfaldiga citat ur skrifter och brev; i sistnämnda avseende skilde sig uppenbarligen den intressante forskaren Mitscherlich på ett mycket negativt sätt från sina kolleger.

Inte mindre än fyra av de nio kemisterna var lärjungar till Berzelius, som i många sammanhang nämnes »der Altmeister in Stockholm». Ur svensk synpunkt kunde man möjligen anmärka på att det av boken knappast framgår på vilket sätt Berzelius vann sin enastående auktoritet (det jättelika forskningsprogrammet under åren 1805—1818). Wöhler synes ha blivit en aning nedvärderad i jämförelse med Liebig, sedan anmälaren sist läste något om dessa båda förstaplansfigurer, och man saknar kanske ett och annat »klassiskt» citat ur Wöhlers litterärt högstående och med mänsklig humor fyllda brev.

Den ingående behandlingen av Döbereiners, Schönbeins och Mitscherlichs intressanta arbeten har för anmälaren haft nyhetens behag, likaså uppgiften att Fuchs på 1820-talet upptäckte zeoliternas basbytande förmåga och även framställde konstgjorda zeoliter. (Tänk om katjonbyte hade införts som analysmetodik redan då!) Över huvud taget torde boken vara på många sätt lärorik och tankeväckande både för aktiva forskare och kemilärare och den bör obetingat ges plats i biblioteket. Där skall den emellertid i likhet med andra kemiska historieböcker helst undanhållas eleverna, som ju i första hand bör studera nutida kemi. *Birger Bäcklund*

Kosmos, Fysiska uppsatser, utgivna av Svenska Fysikersamfundet, bd 33, 1955, 180 s., kr. 12:—.

De senaste nobelpristagarna i fysik presenteras som vanligt i bandets första uppsats, denna gång av professor Erik Hulthén. Därpå skriver fil. dr Anna Beckman om Albert Einstein och Robert Andrews Millikan.

Tre uppsatser anknyta till det internationella geofysiska året 1957—58. Laborator Nicolai Herlofson ger en översikt över de forskningsområden, som skola bli föremål för ett internationellt organiserat studium. Två av dessa, den kosmiska strålningen och norrskenet, behandlas mera utförligt i särskilda uppsatser av resp. laborator Arne Eld Sandström och tekn. lic. Lars Block. Den sistnämnde redogör bl. a. för Alfvéns norrskensteori och för ett modellexperiment, som utförts på Tekniska högskolans institution för elektronik.

Under rubriken »Om högre transurana element» beskriva fil. lic.

Forts. sid. 228.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2054) *Symmedianerna i en triangel råka den omskrivna cirkeln på nytt i tre punkter. Konstruera triangeln, då dessa punkter äro givna.*
X.

2055) *I vilka trianglar med heltalssidor ha omkrets och yta samma mätetal?* *V. Thébault*

2056) *I en rak kon med lodrät axel och toppen nedåt finnes en viss vätskevolym v. En rak cylinder, vars axel sammanfaller med konens, nedsänkes i vätskan, varvid den del av cylindern, som befinner sig under vätskeytan, har volymen* v_1. *Visa, att* $v_1 \leqq 0{,}8v$. *Med hur många procent stiger ytans höjd över toppen, när* $v_1 = 0{,}8v$?
I. Gunsjö

Enklare matematiska uppgifter[2]

2057) I triangeln ABC är AB 4 cm och AC 5 cm. Hur stor skall BC vara, för att vinkeln A skall vara dubbelt så stor som vinkeln C?

Svar: 6 cm.

2058) En triangels sidor förhålla sig som 3 : 8 : 10. Visa, att en av triangelns vinklar är exakt tre gånger så stor som en annan av vinklarna.

2059) Bestäm en punkt på linjen $x-2y+6=0$ så, att summan av kvadraterna på punktens avstånd till de tre punkterna (3; −2), (4; 9) och (5; 8) blir så liten som möjligt.

Svar: (4; 5).

2060) AB är diameter i en cirkel och AC korda. D är en punkt på AB sådan att $AC = AD$. För vilken vinkel BAC är ytan av triangeln ACD så stor som möjligt?

Svar: 35,26°.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2057—2063 äro insända av *B. Svenonius*, 2064—2065 av *N. Falkström*, 2066 av *H. Björk*, 2067—2068 av *Y. Ekedahl*.

2061) I en romb med en vinkel v inskrives en kvadrat. Hur stor bråkdel är dess yta av rombens?

Svar: $\sin v : (1+\sin v)$.

2062) En triangel ABC, uppritad i ett rätvinkligt koordinatsystem, har hörnet A i origo och B på x-axeln. Flyttar man B till punkten (10; 0), ökas triangelns yta med 3 ytenheter; flyttar man C till (3; 8), ökas ytan av den ursprungliga triangeln med 9 ytenheter. Bestäm koordinaterna för hörnen B och C.

Svar: B ligger i punkten $(\pm 9;\ 0)$ och C på linjen $y=\pm 6$ eller B i $(\pm 2{,}5;\ 0)$ och C på linjen $y=\pm 0{,}8$.

2063) Upprita kurvan $y=\operatorname{tg}^2 x+2\operatorname{tg} x$.

Svar: period π, $y_{\min}=-1$ för $x=\frac{3}{4}\pi+n\pi$; inflexion saknas; asymptoter $x=\frac{1}{2}\pi+n\pi$.

2064) Kurvan $y=x^2+x\sin v+\cos v$ tangerar x-axeln för vissa bestämda värden på v. Bestäm exakta värdet på tangeringspunktens abskissa.

Svar: $\pm\sqrt{\sqrt{5}-2}$.

2065) Den triangel, som bildas av höjdernas fotpunkter i triangeln ABC, har till sidor x-axeln samt räta linjerna $4x-3y+24=0$ och $8x+15y-120=0$. Bestäm ekvationerna för sidorna i triangeln ABC.

Svar: $2x-9y+72=0$, $4x-y-60=0$, $2x+y+12=0$. Dessutom tre lösningar, i vilka en av dessa sidor bibehålles, medan de båda andra utbytas mot tillhörande höjder.

2066) Man har $x(b-a\operatorname{tg} y)=a+b\operatorname{tg} y$. Visa, att $y'''\cdot y'-2(y'')^2+2(y')^3=0$.

2067) Konstruera kurvan $y=\sqrt{3-4\sin x-2\cos 2x}$ för $0\leqq x\leqq 2\pi$.

Svar: $y=1-2\sin x$ för $\sin x\leqq 0{,}5$ och $y=2\sin x-1$ för $\sin x\geqq 0{,}5$; $y_{\max}=1$ för $x=\frac{1}{2}\pi$, $y_{\max}=3$ för $x=1{,}5\pi$, minima$=0$ för $x=\frac{1}{6}\pi$ och $\frac{5}{6}\pi$; gränsmax.$=1$ för $x=0$ och gränsmin.$=1$ för $x=2\pi$.

2068) Vilka äro de minsta primtalstvillingarna av typen a^2-21 och a^2-26?

Svar: 601 och 599.

Lösningar till uppg. 2028—2030

2028) *En regelbunden dodekaeder och en regelbunden ikosaeder äro omskrivna kring samma klot (eller inskrivna i samma klot). Bestäm förhållandet mellan kropparnas volymer utan att beräkna dem var för sig.* *X.*

Dodekaedern D antas vara inskriven i en sfär O med radien 1. I varje hörn lägges tangentplanen, vilka avgränsa en regelbunden ikosaeder I. Vinkeln mellan radierna OA och OB till två närliggande hörn A på D och B på I kallas α. Då $AB = \operatorname{tg}\alpha$, blir en yta Y på I $1{,}5\operatorname{tg}^2\alpha \sin 120°$ enl. ytteoremet och volymen $\frac{2}{3}^0 Y$. En yta Y_1 på D blir $2{,}5\sin^2\alpha \sin 72°$ och volymen $4Y_1\cos\alpha$. Förhållandet mellan volymerna blir $\sin 72° \cdot \cos^3\alpha : \sin 60°$. Här är I omskriven kring en sfär med radien 1. Är den inskriven i samma sfär, skall volymen multipliceras med $\cos^3\alpha$, varför svaret blir $\sin 72° : \sin 60°$. *S. B.*

Såsom redan Apollonios uppges ha gjort kunde man formulera resultatet av det inledande resonemanget i ovanstående lösning så: Om en reguljär dodekaeder och en reguljär ikosaeder äro inskrivna i samma sfär, äro de även omskrivna kring samma sfär (och vice versa). De kring facetterna omskrivna cirklarna äro alla lika och $f = 12 \cdot 5 \sin 72° : 20 \cdot 3 \sin 120°$. Detsamma gäller om kuben och oktaedern. *X.*

2029) *I varje triangel är* $(p-b)(p-c) : bc = \sin^2\frac{1}{2}A$. *Visa detta utan annan trigonometri än definitionen av sinus.* *X.*

I triangeln ABC är I den inskrivna cirkelns medelpunkt. Cirklarna med BI och CI som diametrar råkas i F på BC. AI skär resp. cirklar i D och E. Vinkeln $BFD = BID = \frac{1}{2}(A+B) = 90° - \frac{1}{2}C =$ vinkeln $CIF = CEF$. Då vinklarna DBF och ECF äro lika, bli trianglarna BDF och CEF likformiga, varav $(p-b)(p-c) = BD \cdot CE = bc\sin^2\frac{1}{2}A$. *Z.*

Även löst av *B. Malm, E. Samén, H. Simonsson.*

2030) *Bestäm heltalslösningarna till ekvationssystemet* $y^3 = 5x+2$, $x^3 = 5z+2$. *D. F. L.*

Av den första ekvationen följer, att y^3-2 måste sluta på 0 eller 5, varför y måste sluta på 8 eller 3, dvs. $y = 5a+3$ och $x = 25a^3+45a^2+27a+5$. Av den andra ekvationen får man $x = 5b+3$ och $z = 25b^3+45b^2+27b+5$. Uttrycken på x ger $b = 5a^2+9a^2+5a+(2a+2) : 5$, dvs. $a+1 = 5c$ varför $a = 5c-1$, $y = 25c-2$, $x = (y^3-2) : 5$, $z = (x^3-2) : 5$. För $c = 1$ erhålles $x = 2433$, $y = 23$, $z = 2880423347$.

Löst av *R. Li, B. Malm, Z., E. Samén, H. R., O. Borgersen, H. Simonsson.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Augusti 1956

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. Lös ekvationen $\frac{1+x}{16-9x^2}-\frac{2x-1}{9x^2-24x+16}=\frac{1}{9x+12}$
2. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan av andra och tredje termen 1 och summan av dessa båda termers kvadrater 13. Bestäm seriens summa.
3. Två cirklar med radierna 1 cm och 3 cm tangerar varandra innantill. En korda i den större cirkeln är vinkelrät mot cirklarnas centrallinje och delas av den mindre cirkelns periferi i tre lika stora delar. Bestäm kordans längd.
4. En person insatte vid början av vart och ett av fem på varandra följande år en viss summa i en bank och vid början av vart och ett av de därpå följande fem åren en hälften så stor summa. Hur stora var dessa insättningar, då han vid slutet av det tionde året hade att fordra 1853 kr? Räntefoten var under de fem första åren 4 % och under de fem sista 3 %.
5. I en triangel är en sida 6,25 cm, en närliggande vinkel 36,25° och den omskrivna cirkelns radie 3,60 cm. Bestäm triangelns yta.
6. I triangeln ABC är sidan AC 20 cm, sidan BC 15 cm och vinkeln B 90° större än vinkeln A. Beräkna sidan AB.
7. I triangeln ABC är sidan AB 1 dm och sidorna BC och CA vardera 2 dm. P är en punkt på sidan AC. Uttryck summan av kvadraterna på avstånden från punkten P till hörnen A, B och C som funktion av avståndet PA. Åskådliggör grafiskt, hur denna funktion varierar, när P rör sig från A till C. Ange slutligen — med hjälp av diagrammet eller på annat sätt — det största och det minsta värde, som funktionen kan anta.
8. Kring en fyrhörning, vars sidor är i ordning 2 cm, 3 cm, 4 cm och 3 cm, kan en cirkel omskrivas. Visa, att en cirkel även kan inskrivas i fyrhörningen, och bestäm förhållandet mellan den inskrivna och den omskrivna cirkelns ytor.

Resultat: **1.** Rötterna är $\frac{2}{3}$ och $-\frac{1}{3}$. **2.** $-2{,}7$. **3.** $3\sqrt{3}$ cm. **4.** 200 kr resp. 100 kr. **5.** 13,22 cm² eller 5,41 cm². **6.** 7 cm. — Drages från B en normal mot AB, erhålles likformiga trianglar. **7.** Om summan $=y$ dm²

[1] Uppg. i matem. för allm. linjen vid Uppsala enskilda lärov. utgjordes av latingymnasiets nr 1, 3, 4, 8 och en variant av 7 samt realgymnasiets (allm. kurs) 1, 2, 3.

och $PA=x$ dm, är $y=3(x-0{,}75)^2+3{,}3125$, vars minsta värde är 3,3125 och största 8 för resp. $x=0{,}75$ och $x=2$. 8. 64 : 153. — Dela trapetset i en rektangel och två trianglar. Tillämpa bisektrissatsen vid beräkning av den inskrivna cirkelns radie ($=\sqrt{2}$ cm).

Matematiska uppgifter för realgymnasiet

Allmän kurs

1. I en konvergent oändlig geometrisk serie, vars första term är lika stor som kvoten, är det inverterade värdet av seriesumman lika stort som summan av alla termer med jämnt ordningsnummer. Bestäm det exakta värdet av seriens summa i förenklad form.
2. Bestäm ekvationen för en rät linje, som skär de båda linjerna $y=0{,}3x+5$ och $y=-2{,}2x+7{,}5$ i punkterna A och B, så att sträckan AB delas mitt itu av origo.
3. Konstruera kurvan $4y=6x^2-x^3$ i dess huvuddrag. P är en punkt på kurvan, belägen mellan dennas maximi- och minimipunkt. Tangenten i P råkar y-axeln i punkten A. Den med x-axeln parallella linjen genom P råkar y-axeln i punkten B. Bestäm det största värde, som ytan av triangeln PAB kan anta.
4. Ett likbent parallelltrapets med höjden h får rotera dels kring var och en av de parallella sidorna, dels kring dessa sidors gemensamma mittpunktsnormal. De erhållna rotationskropparnas volymer förhåller sig i ordning som 3 : 2 : 1. Bestäm trapetsets parallella sidor, uttryckta i h.
5. Om man vid lösningen av ekvationen

$$\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin 2x}=\frac{1}{\sin 3x}$$

multiplicerar ekvationens båda led med nämnarnas minsta gemensamma dividend, får man en ekvation, vars fortsatta behandling erbjuder stora svårigheter. Ekvationen bör därför lösas på annat sätt, varvid man dock får med falska rötter. Bestäm de vinklar, som satisfierar ekvationen.
6. E och F är punkter på sidan AB respektive sidan CD i kvadraten $ABCD$, så belägna att $AE:EB=CF:FD=1:3$. P är en godtycklig punkt på sammanbindningslinjen EF eller dess förlängning. Visa, att kvadraterna på sträckorna PA, PB, PD och PC i nämnd ordning bildar en aritmetisk serie.
7. En rätvinklig triangel ABC vrides 90° kring hypotenusan BC, så att den intar läget $A'BC$. Bestäm triangelns spetsiga vinklar, om vinkeln ABA' är dubbelt så stor som vinkeln ACA'.

8. I triangeln ABC är sidan $BC=a$ och ytan $=T$. Från en punkt D på sidan BC drages en rät linje parallellt med sidan BA; den skär sidan CA i punkten E. Genom E drages en rät linje parallellt med sidan BC; den skär sidan AB i punkten F. Slutligen drages från F en rät linje parallellt med sidan AC; den skär sidan BC i punkten G. Figuren $DEFGD$ kommer att vara sammansatt av två trianglar eller utgöras av en triangel eller av ett parallelltrapets, beroende på läget av punkten D. Bestäm ytan y av figuren $DEFGD$ som funktion av avståndet $BD=x$, och undersök hur y varierar, då D rör sig från B till C. Åskådliggör förloppet grafiskt med angivande av eventuella maximi- och minimivärden för y.

Resultat: 1. $\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)$. 2. $7x+10y=0$. 3. Kurvan har min. i origo och max. i (4; 8); ytans största värde $=10\frac{1}{8}$ ytenh. 4. $\frac{4}{7}h$ och $\frac{16}{7}h$. 5. $x=\frac{1}{7}n\cdot 360°$, där n ej är 0 eller en multipel av 7. — Man får $1:\sin 2x+(\sin 3x-\sin x):\sin x\sin 3x=1:\sin 2x+2\cos 2x:\sin 3x=0$ osv. 6. Lägg origo i kvadratens mittpunkt och axlarna parallella med kvadratens sidor. 7. 62,08° och 27,92°. 8. $y=\frac{x^2\pm(2x-a)^2}{a^2}\cdot T$, där det övre tecknet gäller för $0\leqq x\leqq\frac{1}{2}a$ och det undre för $\frac{1}{2}a\leqq x\leqq a$. De båda funktionskurvorna övergår kontinuerligt i varandra utan riktningsändring. Funktionen y avtar från värdet T till ett min., $\frac{1}{5}T$ för $x=0{,}4a$, för att sedan över ett max., $\frac{1}{3}T$ för $x=\frac{2}{3}a$, avta till 0.

Matematiska uppgifter för realgymnasiet

Specialkurs

1. Genom ekvationen $x=\cos^2 y$ bestämmes y som funktion av x. Ange $\frac{d^2y}{dx^2}$ som funktion av enbart y.
2. En ellips med storaxeln utefter x- eller y-axeln har ekvationen $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$. Axlarnas längder förhåller sig som 2:3. En diameter går genom punkten (3; 2). Bestäm ekvationen för dess konjugatdiameter.
3. Till en parabel är två mot varandra vinkelräta tangenter dragna. De skäres av en tredje tangent i punkterna P och Q, vilka sammanbindes med parabelns brännpunkt F. Visa, att vinkeln PFQ är rät.
4. En bensinbehållare av 4 mm tjock plåt har formen av en rät cirkulär cylinder med basradien 1 m och höjden 4 m (inre mått). Den ligger på ett vågrätt underlag och innehåller 2 m³ bensin. De angivna måtten betraktas som exakta. Bestäm på 1 mm när den fria vätskeytans höjd över underlaget.

5. Kurvan $4x^2-3xy-28x+12y+84=0$ är en hyperbel. Upprita den i stora drag, och bestäm dess excentricitet.
6. I parabeln $y^2=9x$ drages en korda med riktningskoefficienten (vinkelkoefficienten) 1. Sök och konstruera orten för en punkt, som delar kordan i förhållandet 1 : 2.
7. Undersök kurvan $x^3-x^2y+ax+y=0$ med avseende på asymptoter och maximi- och minimipunkter, samt bestäm därigenom kurvans huvudtyper, då konstanten a antar olika värden. Upprita också i stora drag ett exempel på var och en av dessa.

Resultat: **1.** $y''=-2\cot 2y(1+\cot^2 2y)$. **2.** $2x+3y=0$ eller $27x+8y=0$. **3.** Se lösningen till uppg. 3, nov. 1937, Elementa *20* (1937) 291. **4.** 0,436(5) m. **5.** Max. i $(1;\ -6\frac{2}{3})$, min. i $(7;\ 9\frac{1}{3})$; asymptoter: $x=4$ och $y=\frac{4}{3}x-4$; excentr. $=\frac{1}{3}\sqrt{10}$. **6.** Parabeln $(y-4)^2=x-2$, som tangerar parabeln $y^2=9x$ i parametrarnas gemensamma ändpunkt. — Använd satsen om rötternas summa och produkt. **7.** Origo är centrum och infl.p. med infl.tang. $y=-ax$. Asymptoter: $y=x$ och $x=\pm 1$. För $a<0$ skär kurvan x-axeln i origo och i en punkt på vardera sidan om origo, för $a\geqq 0$ endast i origo (se nedan). Av $y'=0$ erhålles $x^2=\frac{1}{2}[3+a\pm\sqrt{(a+1)(a+9)}]$, varav följer: 1) för $a<-1$: inga stationära punkter; 2) för $-1<a<0$: fyra dylika punkter, nämligen två i 1:a kvadr. (en max.p. och en min.p.) och (eftersom origo är centrum) två i 3:e kvadr.; 3) för $a=0$: terrassp. i origo, en min.p. i 1:a (och en max.p. i 3:e kvadr.); 4) för $a>0$: en min.p. i 1:a (och en max.p. i 3:e kvadr.). Se uppg. 7, spec.kurs mars 1948, Elementa *31* (1948) 136.

Uppgifter i fysik

1. En bokhylla med tre hyllor och två gavlar men ingen baksida är fastsatt i en vertikal vägg med en skruv i varje gavel. Med sin underkant stöder den nedersta hyllan mot väggen längs en horisontell linje. De båda skruvarna befinner sig 75 cm ovanför nämnda linje. Bokhyllan väger 4,0 kg, och dess tyngdpunkt ligger symmetriskt mellan gavlarna 14 cm från väggen. På de tre hyllorna står böcker, som väger resp. 25 kg, 20 kg och 8 kg. Tyngdpunkterna för de tre bokraderna ligger resp. 15 cm, 15 cm och 8 cm från väggen och mitt emellan gavlarna. Beräkna den horisontella komposanten av den kraft, varmed en av skruvarna påverkas. Figur kräves. I denna skall angivas de krafter, som påverkar bokhyllan.
2. Ett snöre S_1 löper över en lättrörlig trissa med horisontell axel. I snörets ena ända hänger en vikt A på 2,5 kg, i den andra en vikt B på 2 kg. Under B fästes ett snöre S_2, som i sin nedre ända uppbär en vikt C på 1 kg. Vid försökets början intar A läget A_1.

Systemet är då i vila. A släppes, varvid systemet kommer i rörelse. Just när A rört sig 1 m, avklippes snöret S_2. Det återstående systemet fortsätter sin rörelse, vänder och rör sig åt andra hållet. Hur stor är vikternas hastighet, då vikten A ånyo passerar läget A_1? Trissans och snörenas vikt samt friktionen må lämnas utan avseende.

3. Vid en laboration skulle brännvidden hos en negativ lins L_2 bestämmas. På en optisk bänk uppställdes en positiv lins L_1. Mot denna lät man strålar infalla parallellt med dess huvudaxel. De sammanbröts i en punkt, bildpunkten, 30 cm bakom linsen L_1. Mellan linsen L_1 och denna punkt placerades nu L_2, 10 cm från L_1. Bildpunkten, som fortfarande var verklig, flyttades då 40 cm. Beräkna den negativa linsens brännvidd. Figur med strålgång kräves.
4. Ett tunnväggigt kubiskt glaskärl med kantlängden 10 cm står på ett horisontellt bord. På dess ena sidoyta, 6 cm från bottnen, finnes ett horisontellt streck. I ett vertikalplan vinkelrätt mot denna sidoyta infaller parallella ljusstrålar, som lutar 45° mot horisontalplanet. En skugga av strecket uppkommer därigenom på kärlets botten. Läget av denna skugga ändras, om vatten hälles i kärlet. Beräkna skuggans förflyttning, då vattenhöjden ökas från 4 till 8 cm. Figurer återgivande strålgången erfordras.
5. På huvudaxeln till en tunn konkavkonvex glaslins med brännvidden 40 cm uppställes ett lysande föremål. Då avståndet mellan föremål och lins är 18 cm, sammanfaller föremålet med den bild, som uppstår efter spegling i den närmaste linsytan. Då avståndet mellan föremål och lins minskas till 7,6 cm, sammanfaller föremålet med den bild, som uppstår efter spegling i den andra linsytan. Beräkna linsytornas radier samt glasets brytningsindex. Nöjaktig lösning skall även omfatta figurer återgivande strålgången i de båda fallen; *i figurerna* får ej linsen återgivas som tunn.
6. Från en generator utgår en starkströmsledning. I denna ingår ett motstånd på 0,0500 ohm. Parallellt med detta anslutes en reostat AB på 10,0 ohm. En grenledning, som innehåller i serie ett normalelement med emk 1,02 V och en galvanometer, är ansluten till A och till en glidkontakt C, som kan förskjutas längs AB. Man finner att galvanometern blir strömlös, då resistansen i AC är 4,50 ohm. Beräkna styrkan av den ström, som generatorn levererar till starkströmsledningen.
7. Ett ackumulatorbatteri på 6 celler laddades över ett förkopplingsmotstånd från ett likströmsnät med spänningen 110 V. Varje cell hade en emk av 2,8 V vid ett tillfälle, då strömstyrkan var 2,5 A. Genom ett misstag blev efter ett avbrott i ledningen polerna om-

kastade. Därvid avlästes styrkan av strömmen genom batteriet till 3,3 A. Hur stor var nu polspänningen över varje cell? Varje cell hade inre resistansen 0,05 ohm. Kopplingsschema erfordras.

8. I ett väl evakuerat röntgenrör är potentialdifferensen mellan anoden och katoden 100 kV. Elektronerna transporterar per sekund elektricitetsmängden 0,010 coulomb genom röret. För avkylning av anoden strömmar vatten genom ett rör i densamma. Per sekund passeras anoden av 10 cm^3 vatten. Det inströmmande vattnets temperatur är 10° C. Vilken temperatur har det utströmmande vattnet? Vid beräkningen kan man antaga, att elektronernas rörelseenergi helt används för vattnets uppvärmning. Det arbete, som erfordras för att frigöra elektronerna från katoden, är litet och får försummas.

Resultat: **1.** 5,3 kp. **2.** 2,0 m/sek. **3.** −30 cm. **4.** 5,1 cm. **5.** Radierna är 18 cm och 760/81 = 9,4 cm; brytningsindex 1,49. **6.** 45,6 A **7.** 2,0 V. **8.** 34° C.

Forts. från sid. 219.

Hugo Atterling och docent Lars Melander egenskaperna hos dessa grundämnen (med atomnummer omkring 100) samt hur de framställas, identifieras och undersökas.

Om den för vår energiförsörjning viktiga frågan om jordens urantillgångar och deras industriella bearbetning handlar ett bidrag av överingenjör Erik Svenke, som även gör ett försök till en prognos.

Civilingenjör Robert Skjöldebrand redogör för olika metoder, som man använder sig av för att utföra noggranna och snabba isotopanalyser på tungt vatten.

Den sista uppsatsen, författad av fil. lic. Karl-Erik Holmberg, handlar om anrikning av isotoper genom utbytes- och destillationsmetoder.

Karl Sjögren

Adzer Blume, *Atomer*. Gyldendal, Köpenhamn 1956, 83 s., kr. 6:75.

Den lilla bokens syfte är att ge en orientering över atomfysiken just nu. Utan formler och ekvationer behandlas atomteori klassiskt enligt Bohr, men det framhålls klart, att planetmodellen ger en overklig bild av atomen. Den kemiska bindningen får delvis som en följd härav en alltför ytlig behandling. I avsnitten om atomenergi lämnas en förträfflig översikt över det aktuella läget i fråga om konstruktion av och utnyttjande av reaktorer, liksom olika typer av atombomber och deras verkningar. En lärare kan här finna många intressanta detaljer för sina lektioner.

Bertil Englund

va läroböcker
kemi

Ekman
Sandström

Kemi för realgymnasiet

En ny kemibok för hela realgymnasiet, utarbetad i enlighet med gällande kursplaner och anvisningar

Godkänd av Statens Läroboksnämnd Inb. 9:25

Ekman
Sandström

Kemi för enhetsskolan

Klass 8 Alternativkurs 1 3:—

Innehåller kursen för den normala studiegången för högstadiets elever

Godkänd av Statens Läroboksnämnd

Klass 8 Alternativkurs 2

Avsedd för elever som skall läsa en mer krävande kurs, och som i nästa klass tänker välja 9 g

Utkommer under höstterminen

Klass 9 Alternativkurs 1—2

Utkommer till nästa läsår

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm C
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

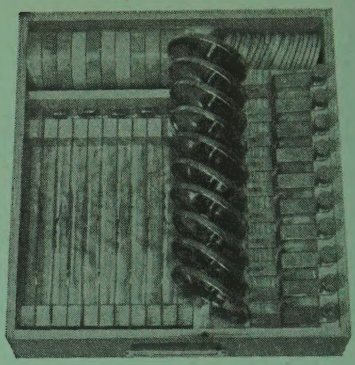
S B
F

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Utställning även Klostergatan 26, Linköping
Parkgatan 19, Göteborg

Tullgatan 16, Luleå
Hamngatan 4, Malmö

NI VET VÄL



att Ni nu kan få den förstklassiga materiel som ingår i Norstedts välkända experimentsatser även som laborationssatser för 6, 8 eller 10 grupper. Laborationsmaterielen ligger samlad i specialinredda lådor, där varje sak har sin bestämda plats. Utdelningen av materielen går snabbt och smidigt, Ni slipper onödigt spring och den vanligen så tidsödande kontrollen efter laborationerna går på ett ögonblick samtidigt som allt är klart för omedelbar användning nästa lektion.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ

Lund 1956, Håkan Ohlssons Boktryckeri